ANLEITUNG ZUM STUDIUM

DER

DIOPTRIK

DES

MENSCHLICHEN AUGES.

EIN BEITRAG

ZUR

PHYSIOLOGIE UND PATHOLOGIE DES GESICHTSSINNES

VON

WILHELM ZEHENDER,
M. D.

I.

ERLANGEN,
VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1856.

MEINEM FREUNDE

ALBRECHT VON GRAEFE.

VORWORT.

Vorliegende Abhandlung verdankt ihr Entstehen den Vorlesungen über Dioptrik des menschlichen Auges, welche der Verfasser — einer freundschaftlichen Aufforderung Folge leistend — im Wintersemester 1855/56 in dem Auditorium der von Gräfe'schen Klinik gehalten hat.

Das Material war zum grössten Theile bereits gesammelt. Durch diese Vorlesungen entstand nun die Nöthigung, das Gesammelte zu ordnen und zu vervollständigen, zugleich aber boten sie eine ebenso angenehme als willkommene Gelegenheit, das schon seit längerer Zeit mit Vorliebe betriebene Studium nun auch zum Nutzen und zur Belehrung Anderer verwerthen zu können. Aufgemuntert durch das Zureden befreundeter Collegen gedieh endlich der Entschluss einer Veröffentlichung dieser Blätter zur Reife.

Dies ist in Kürze deren Entstehungsgeschichte.

Die pathologischen Verhältnisse konnten in dieser ersten Abtheilung nur wenig Berücksichtigung finden, weil bis jetzt eine genügende Menge guter Messungen an dioptrisch-fehlerhaft gebauten Augen noch nicht bekannt geworden ist; doch hofft der Verfasser — wenn ihn Glück und Gelegenheit begünstigen — in einer zweiten Abtheilung das Fehlende nachzuholen.

Berlin, den 22. Mai 1856.

INHALT.

I. Mathematische Discussion des allgemeinen dioptrischen Problemes.

II. Die Krümmungen, Dimensionen und Brechungsexponenten der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

III. Brechung des Lichtes in dem normalen menschlichen Auge.

IV. Messungsmethoden und Messungen der verschiedenen Autoren.

ANLEITUNG ZUM STUDIUM

DER

DIOPTRIK

DES

MENSCHLICHEN AUGES.

EIN BEITRAG

ZUR

PHYSIOLOGIE UND PATHOLOGIE DES GESICHTSSINNES

VON

WILHELM ZEHENDER,

M. D.

I.

ERLANGEN,

VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1856.

MEINEM FREUNDE

ALBRECHT VON GRAEFE.

VORWORT.

Vorliegende Abhandlung verdankt ihr Entstehen den Vorlesungen über Dioptrik des menschlichen Auges, welche der Verfasser — einer freundschaftlichen Aufforderung Folge leistend — im Wintersemester 1855/56 in dem Auditorium der von Gräfe'schen Klinik gehalten hat.

Das Material war zum grössten Theile bereits gesammelt. Durch diese Vorlesungen entstand nun die Nöthigung, das Gesammelte zu ordnen und zu vervollständigen, zugleich aber boten sie eine ebenso angenehme als willkommene Gelegenheit, das schon seit längerer Zeit mit Vorliebe betriebene Studium nun auch zum Nutzen und zur Belehrung Anderer verwerthen zu können. Aufgemuntert durch das Zureden befreundeter Collegen gedieh endlich der Entschluss einer Veröffentlichung dieser Blätter zur Reife.

Dies ist in Kürze deren Entstehungsgeschichte.

Die pathologischen Verhältnisse konnten in dieser ersten Abtheilung nur wenig Berücksichtigung finden, weil bis jetzt eine genügende Menge guter Messungen an dioptrisch-fehlerhaft gebauten Augen noch nicht bekannt geworden ist; doch hofft der Verfasser — wenn ihn Glück und Gelegenheit begünstigen — in einer zweiten Abtheilung das Fehlende nachzuholen.

Berlin, den 22. Mai 1856.

INHALT.

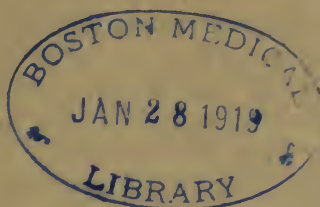
I. Mathematische Discussion des allgemeinen dioptrischen Problemes.

II. Die Krümmungen, Dimensionen und Brechungsexponenten der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

III. Brechung des Lichtes in dem normalen menschlichen Auge.

Seite

IV. Messungsmethoden und Messungen der verschiedenen Autoren.



I.

Mathematische Discussion des allgemeinen dioptrischen Problemes.

1.

Eine Abhandlung über die Dioptrik des menschlichen Auges kann füglich nicht anders als mit den Gesetzen der Optik selbst beginnen; da sie sich aber ausschliesslich mit einem organisch-dioptrischen Werkzeug von hoher Vollendung beschäftigt, so dürfen hier billigerweise die ersten optischen Regeln und Lehrsätze als bekannt übergangen werden. Wir wenden uns daher ohne Umschweife an das allgemeine dioptrische Problem, auf dessen Lösung, so zu sagen, die ganze physiologische Optik beruht.

Das Auge besteht aus einer Anzahl durchsichtiger Medien von verschiedenem Brechungsvermögen, welche durch Oberflächen von verschiedener Krümmung und von verschiedener gegenseitiger Entfernung getrennt sind. Nach den besten Messungen sind zwar die Krümmungen der Oberflächen nicht genau sphärisch und die Tangential-Ebenen ihrer Scheitel nicht genau normal zu ein und derselben Axe; doch sollen diese Abweichungen in erster Approximation hier vernachlässigt werden.

Das Problem, mit welchem wir uns zu beschäftigen haben, lautet demnach in seiner allgemeinsten Form: Es soll ein Ausdruck gesucht werden für den Gang der Lichtstrahlen in einem System durchsichtiger Medien von beliebiger Zahl, von beliebigen gegenseitigen Abständen, von beliebigen, aber zu ein und derselben Axe normal gestellten sphärischen Krümmungen und von beliebigen Brechungskräften.

Ist dieser Ausdruck gefunden, dann bleibt nur noch übrig, die beliebigen Werthe durch bestimmte Messungswerthe zu ersetzen, um dessen

Anwendung auf jedes bestimmte System, mithin auch auf das Auge, machen zu können.

Das Licht geht aber im Allgemeinen einen geradlinigen Weg, so lange es in ein und demselben optischen Mittel bleibt. Gelangt es in ein anderes Mittel, dann wird es an der Trennungsstelle nach einem sehr einfachen — dem sog. Snellius'schen — Gesetze abgelenkt und setzt nun wiederum geradlinig seinen Weg weiter fort, bis es an ein drittes, viertes u. s. w. Mittel anlangt. Die Grösse der Ablenkung beim Uebergange aus einem Mittel in ein anderes ist abhängig von dem Brechungsverhältniss beider Medien und von der Form der trennenden Oberfläche, welche — wie bereits bemerkt wurde — als kugelig gekrümmt vorausgesetzt wird.

Das genannte Problem hat genau genommen keine Schwierigkeit und erhebt sich durchaus nicht über die Sphäre ganz elementarer Betrachtungen; wenn aber die Zahl der brechenden Medien nur einigermaassen beträchtlich wird, dann geräth man bald auf Ausdrücke, die so verwickelt und so komplicirt werden, dass man bei der numerischen Berechnung bestimmter Vorlagen leicht in Verlegenheit geräth.

Es kam also darauf an, einen möglichst einfachen Ausdruck zu finden ohne von der Schärfe der Behandlung etwas aufzugeben.

2.

Der Erste, welcher das Problem in seiner allgemeinsten Form zu lösen suchte, war der Engländer Cotes. Er starb aber, bald nachdem er seine schönen Formeln gefunden hatte (1). Nach ihm beschäftigten sich mit dieser Aufgabe drei Mathematiker ersten Ranges: Euler, Lagrange und Gauss. — Ausser diesen haben sich noch mehrere nicht unbedeutende Männer um die Erledigung jener Aufgabe verdient gemacht (2).

Die Darlegung der Wege, welche die verschiedenen Autoren eingeschlagen haben, kann eigentlich nur den Mathematiker von Fach interessiren. Uns geziemt es überdies nicht, auf kritische Betrachtungen einzugehen (3). Wir haben uns mit mathematischen Studien nur in so weit befasst, als wir deren zum Verständniss ophthalmologisch-dioptrischer Probleme bedurften und werden, dankbar dafür, dass so bedeutende Männer die Wege gebahnt haben, den dioptrischen Untersuchungen von Gauss folgen, welche zu den elegantesten, einfachsten und allgemeinsten Relationen führen.

3.

Nach Gauss wird nun der geradlinige Gang des Lichtes durch gerade Linien vorgestellt, und das Problem gewinnt dadurch folgenden Ausdruck: Wenn die Lage einer Geraden gegeben ist, so soll die Lage gesucht werden, welche diese Gerade, wenn sie, nach den Gesetzen der Brechung

eine beliebige Anzahl verschiedener Medien durchwandert hätte, in dem letzten, oder in irgend einem beliebigen dieser Mittel einnehmen würde.

Die Lage einer geraden Linie mit Bezug auf ein Coordinatenkreuz von drei sich rechtwinklig durchschneidenden Axen (x, y, z) wird gegeben durch zwei Gleichungen, deren eine die Projektion der Geraden auf eine durch zwei Axen, (z. B. die x und y Axe) die andere, die Projektion derselben Geraden auf eine durch zwei andere dieser Axen (die x und die z oder die y und die z Axe) gelegte Ebene ausdrückt. — Da aber beide Gleichungen vollkommen dieselbe Form, nur andere numerische Werthe haben, so können wir — um der Einfachheit der Darstellung willen — die eine derselben ganz ausser Acht lassen. Wir haben es alsdann nur mit einer Projektion unserer Linie (wir wollen annehmen auf die xy Ebene) zu thun, welche natürlicherweise selbst wieder eine gerade Linie ist, oder — wenn man lieber will — es beschränkt sich unsere Lösung auf den besonderen Fall, in welchem die gegebene gerade Linie, oder der gegebene einfallende Lichtstrahl in der xy Ebene selbst gelegen ist — mithin so wie sich der Vorgang etwa auch auf Papier zeichnen liesse. Wollen wir die Aufgabe in ihrer vollen Allgemeinheit wieder aufnehmen, so dass sie sich auch auf solche Lichtstrahlen beziehen lässt, welche in ihrer Verlängerung die Ebene des Papiers durchschneiden und zum Theil vor, zum Theil hinter derselben liegen, dann müssen wir unsere zweite Gleichung, von welcher der Form nach ganz dasselbe gilt, was wir von der ersten sagen werden, wieder zu Hülfe nehmen.

Liegt nun die gegebene Gerade oder der gegebene einfallende Lichtstrahl in der xy Ebene, so wird seine Gleichung etwa folgende Form haben können

$$y = x \operatorname{tg} \alpha + b.$$

Wollten wir diese Gleichung nur als Gleichung der Projektion des gegebenen Lichtstrahles auf die xy Ebene gelten lassen, dann würde die Gleichung der Projektion auf die xz oder auf die yz Ebene etwa die Form

$$z = x \operatorname{tg} \gamma + c$$

oder:

$$z = y \operatorname{tg} \delta + d$$

haben können. Diese letzteren Gleichungen lassen wir aber dem Gesagten zufolge unberücksichtigt.

[Ist in jener ersten Gleichung $x = o$, dann ist $b = y$; es bezeichnet daher b den Punkt, in welchem die y Axe von der gegebenen Linie geschnitten wird. Ist $y = o$, dann ist $b = -x \operatorname{tg} \alpha$, und $x = -\frac{b}{\operatorname{tg} \alpha}$ bezeichnet denjenigen Punkt, in welchem die x Axe von der gegebenen Linie geschnitten wird. Ist $\alpha = o$, dann ist auch $\operatorname{tg} \alpha = o$ und es muss

für jeden Werth von x; $y = b$ sein, d. h. die gegebene Linie ist parallel zur Axe der x und durchschneidet die y Axe in einer Höhe über (oder unter) der x Axe $= b$. Ist α ein rechter Winkel, dann ist $\operatorname{tg}\alpha = \infty$, und es muss unter allen Umständen auch $y = \infty + b = \infty$ sein, d. h. x mag einen Werth haben, welchen es will, so kann die y Axe unter keinerlei Bedingung von der gegebenen Linie geschnitten werden, oder mit anderen Worten die gegebene Gerade läuft parallel zur y Axe. Ist endlich $b = o$, so geht die Linie durch den Anfangspunkt der Coordinaten.]

4.

Die trigonometrische $\operatorname{tg}\alpha$ lässt sich aber auch als Quotient zweier unbenannten Grössen ausdrücken, z. B.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\beta}{n}.$$

Von diesen beiden Grössen kann sogar noch die eine, z. B. n, einen ganz bestimmten Werth haben, ohne dass darum der Ausdruck $\frac{\beta}{n}$ aufhört jeden beliebigen Werth von $\operatorname{tg}\alpha$ annehmen zu können.

Unsere Gleichung kann daher auch lauten:

$$y = \frac{\beta}{n} x + b.$$

Wollen wir die Werthe der Abscissen nicht von dem Anfangspunkte der Coordinaten rechnen, sondern von einem andern Punkte aus, welcher z. B. auf der positiven Seite der x Axe liegen und dessen Entfernung von dem Anfangspunkte der Coordinaten etwa N heissen möge, dann wird unsere Gleichung folgende Gestalt annehmen:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b.$$

Dieses möge die Gleichung eines einfallenden Lichtstrahles sein und N möge darin denjenigen Punkt bedeuten, in welchem die x Axe auf die Trennungsfläche des neuen optischen Mittels trifft. Endlich möge die Zahl n, welche wir willkührlich wählen und bestimmen können, der Brechungsquotient desjenigen Mittels sein, in welchem der gegebene Lichtstrahl sich befindet. Was ein solcher Brechungsquotient bedeute ist zwar bekannt genug; um aber Irrungen zu vermeiden, muss ausdrücklich bemerkt werden, dass der Sinus des Einfallswinkels im ersten Mittel sich zu dem Sinus des Brechungswinkels im zweiten Mittel verhalten soll, wie $\frac{1}{n}$ zu $\frac{1}{n'}$ oder wie n' zu n.

Durch eine der Form nach ganz ähnliche Gleichung wird sich aber

auch die Lage des Lichtstrahls **nach einer Brechung** ausdrücken lassen. Sie möge heissen:

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N) + b'.$$

N. hat hier ganz dieselbe Bedeutung wie oben; es bedeutet den Durchschnittspunkt der x Axe mit der Trennungsebene, n' bedeutet in dem angegebenen Sinn den Brechungsquotienten des neuen Mittels, in welchem sich der Lichtstrahl nach der Brechung befindet. β' und b' sind unbekannt. Es handelt sich darum, diese beiden Unbekannten durch die Bekannten und Gegebenen β und b auszudrücken.

5.

Es treffe nun der einfallende Lichtstrahl, dessen weiter gehende Richtung immer als positiv angesehen werden soll, die Trennungsebene in dem Punkte P, dann muss für diesen Punkt die Gleichung des einfallenden und die Gleichung des gebrochenen Strahles offenbar ein und dasselbe y haben. Nennen wir den Halbmesser der als sphärisch vorausgesetzten Trennungsfläche: R, und den Winkel, welchen eine Verbindungslinie zwischen dem Punkt P und dem (in der Axe der x gelegenen) Mittelpunkt der Krümmung mit der Axe der x bildet Θ, dann wird das x — N, welches dem Punkte P entspricht, offenbar gleich sein R (1 — cos Θ).

$$(x - N) = R\,(1 - \cos\Theta)$$

wir haben daher:

$$\frac{\beta}{n} R\,(1 - \cos\Theta) + b = \frac{\beta'}{n'} R\,(1 - \cos\Theta) + b'$$

und folglich, wenn Θ als unendlich kleine Grösse erster Ordnung vorausgesetzt wird, ist (1 — cos Θ) eine sehr kleine Grösse zweiter Ordnung und wenn überdies noch β und β' als kleine Grössen erster Ordnung vorausgesetzt werden, ist, bis auf Grössen dritter Ordnung genau:

$$b = b'. \qquad \text{(I)}$$

Es sei nun M der Krümmungsmittelpunkt der Trennungsfläche. Durch diesen Punkt, normal zur Axe der x, denke man sich eine Ebene gelegt. Diese Ebene werde von dem verlängerten einfallenden Strahl in dem Punkte Q, von dem gebrochenen oder abgelenkten Strahl in dem Punkte Q' getroffen. Da der einfallende und der gebrochene Strahl und das ihnen beiden angehörige Einfallsloth immer in ein und derselben Ebene liegen, so muss auch MQQ' eine gerade Linie sein. Ist aber das Brechungsverhältniss beim Uebergang aus dem ersten Mittel in das zweite wie n' zu n, und bezeichnen wir den Winkel MQP mit dem Buchstaben λ, den Winkel MQ'P dagegen mit λ', dann ist:

$$MQ'n' \sin\lambda' = MQn \sin\lambda.$$

MQ und MQ' sind nämlich in allen Fällen den Ordinaten in dem Punkte M proportional, in unserem Falle aber, in welchem der Lichtstrahl in der xy Ebene liegend vorausgesetzt wurde, sind MQ und MQ' unmittelbar selbst die Ordinaten der Punkte Q und Q'.

Wenn nun beide Gleichungen auf den Mittelpunkt der Krümmung bezogen werden, dann verwandelt sich die Gleichung des einfallenden Strahles in

$$MQ = y = \frac{\beta}{n} R + b$$

die Gleichung des gebrochenen Strahles in

$$MQ' = y = \frac{\beta'}{n'} R + b'.$$

Durch Substitution erhalten wir:

$$(\beta' R + b'n') \sin \lambda' = (\beta R + bn) \sin \lambda.$$

Da aber λ und λ' sich von dem rechten Winkel nur um Grössen erster Ordnung, ihre sin. daher von der Einheit nur noch um Grössen zweiter Ordnung unterscheiden, so ist bis auf Grössen dritter Ordnung genau:

$$\beta' R + b'n' = \beta R + bn.$$

und da nach (I) $b = b'$ ist; so ist

$$\beta' = \beta - \frac{n' - n}{R} b$$

oder wenn wir um abzukürzen

$$U = - \frac{n' - n}{R}$$

setzen, so ist:

(II) $$\beta' = \beta + Ub.$$

Diese Werthe von (I) und (II) in die Gleichung des gebrochenen Strahles gesetzt, geben:

$$y = \frac{\beta + Ub}{n'} (x - N) + b$$

worin ausser den Variablen x und y keine Unbekannten mehr enthalten sind.

Hiemit wäre die Aufgabe für die einmalige Brechung des Lichtstrahles vollständig gelöst.

Anm. Es verdient bemerkt zu werden, dass dieselben Formeln auch unmittelbar auf einen zurückgeworfenen Strahl angewandt werden können, wenn man nur — n für n' substituirt, und dass mit Hülfe eines solchen Verfahrens auch die sämmtlichen folgenden Untersuchungen sich sehr leicht auf den Fall erweitern lassen, wo anstatt der Refraktionen eine oder mehrere Reflexionen eintreten.

6.

Um nun den Gang der Lichtstrahlen nach weiteren Brechungen zu verfolgen, wird es nöthig sein, zuvor einige Bezeichnungsweisen anzugeben, deren wir uns in der Folge bedienen werden. — Den Punkt, in welchem die erste Trennungsfläche von der Axe der x getroffen wird und den wir bis jetzt N genannt haben, werden wir von nun an N^0 und die Punkte, in welchen die zweite, die dritte und endlich die letzte Trennungsfläche von der Axe der x getroffen wird, werden wir mit $N' \; N'' \ldots N^*$ bezeichnen. In derselben Reihenfolge mögen die Krümmungsmittelpunkte, welche sämmtlich als in der Axe des (centrirten) Systems liegend vorausgesetzt werden, mit $M^0 \; M' \; M'' \ldots M^*$, und in derselben Reihenfolge auch die Brechungsquotienten mit $n^0 \; n' \; n'' \ldots n^*$ bezeichnet werden. Endlich möge noch eine ähnliche Bezeichnungsweise für die verschiedenen β und b gelten, so dass wir schreiben werden:

$$\beta^0 \; \beta' \; \beta'' \ldots \beta^* \text{ und}$$
$$b^0 \; b' \; b'' \ldots b^*.$$

Mit den Buchstaben $N^0 \ldots N^*$ und $M^0 \ldots M^*$ sollen nicht allein die betreffenden Punkte, sondern zugleich auch deren Entfernung von dem Anfangspunkte der Coordinaten bezeichnet werden, so dass wir also die Halbmesser der Krümmungen nach der Reihe mit $M^0 - N^0$; $M' - N'$ u. s. w. und den gegenseitigen Abstand der einzelnen Trennungsflächen von einander mit $N' - N^0$, $N'' - N'$ u. s. w. ausdrücken können.

Nach diesen neu eingeführten Bezeichnungen wird es ohne weitere Erläuterung verständlich sein, wenn wir die Gleichungen des Lichtstrahles in den verschiedenen Mitteln in folgender Weise aufschreiben:

$$\text{im ersten Mittel } y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0$$

$$\text{im zweiten Mittel } \begin{cases} y = \frac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0 \\ y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' \end{cases}$$

$$\text{im dritten Mittel } \begin{cases} y = \frac{\beta''}{n''}(x - N') + b' \\ y = \frac{\beta''}{n''}(x - N'') + b'' \end{cases}$$

. . . .

$$\text{im letzten Mittel } y = \frac{\beta^*}{n^*}(x - N^*) + b^*.$$

Wir haben hier schon von der oben gefundenen Relation (I)

$$b = b'$$

Gebrauch gemacht; daher hat in diesen Gleichungen der Buchstabe b' nicht mehr dieselbe Bedeutung wie oben.

Es ist aber leicht zu ersehen, dass jetzt

$$b' = b^0 + \frac{N' - N^0}{n'} \beta'$$

$$b'' = b' + \frac{N'' - N'}{n''} \beta''$$

u. s. f.

ist. Zur Abkürzung werde noch gesetzt:

$$\frac{N' - N^0}{n'} = t'$$

$$\frac{N'' - N'}{n''} = t''$$

$$\frac{N''' - N''}{n'''} = t'''$$

u. s. f.

ferner:

$$\frac{n' - n^0}{N^0 - M^0} = -\frac{n' - n^0}{r^0} = u^0$$

$$\frac{n'' - n'}{N' - M'} = -\frac{n'' - n'}{r'} = u'$$

$$\frac{n''' - n''}{N'' - M''} = -\frac{n''' - n''}{r''} = u''$$

u. s. f.

Die letzten Werthe dieser Reihen sollen nach Analogie mit den letzten Werthen der gegebenen Voraussetzungen ebenfalls durch ein Sternchen (t^*, u^*) ausgezeichnet werden.

Nach dem bereits Gesagten wird man finden, dass

$$\beta' = \beta^0 + u^0 b^0$$
$$b' = b^0 + t'\beta'$$
$$\beta'' = \beta' + u'b'$$
$$b'' = b' + t''\beta''$$

u. s. f.

Durch Substitution wird man ferner finden

$$\beta' = \beta^0 + u^0 b^0$$
$$b' = b^0 + t'(\beta^0 + u^0 b^0)$$
$$= (t'u^0 + 1)\, b^0 + t'\beta^0$$
$$\beta'' = \beta^0 + u^0 b^0 + u'(b^0 + t'(\beta^0 + u^0 b^0))$$
$$= (t'u^0 u' + u^0 + u')\, b^0 + (u't' + 1)\, \beta^0$$

u. s. f.

woraus zu ersehen ist, dass β^* und b^* sich linear nach β^0 und b^0 ausdrücken lassen.

Wir werden also ganz allgemein schreiben können:

$$\text{(III)} \left\{ \begin{aligned} b^* &= g b^0 + h\beta^0 \\ \beta^* &= k b^0 + l\beta^0, \end{aligned} \right.$$

worin die Coefficienten g,h,k,l Funktionen der verschiedenen mit u und t

bezeichneten Ausdrücke sind. Es handelt sich darum, die Werthe von g,h,k,l zu bestimmen.

Diese Ausdrücke lassen sich durch successive Substitution ohne Schwierigkeit ableiten, nur sieht man, dass sie sehr bald in äusserst vielgliedrige und komplicirte Ausdrücke übergehen.

Nach den Eulerschen Kettenfunctionen lassen sich diese Ausdrücke aber in folgender sehr einfacher Weise schreiben:

$$g = (u^0, t' \,.\,.\,.\,.\, t^*)$$
$$h = (t', u' \,.\,.\,.\,.\, t^*)$$
$$k = (u^0, t' \,.\,.\,.\,.\, u^*)$$
$$l = (t', u' \,.\,.\,.\,.\, u^*).$$

Es zeigt sich nämlich, dass die Werthe von g, h, k, l die Summen zweier Kettenbrüche von folgender Form sind:

$$\frac{g}{h} = u^0 + \cfrac{1}{t' + \cfrac{1}{u' + \cfrac{1}{t'' + \cfrac{1}{u'' + \cdots + \cfrac{1}{t^*}}}}}$$

und

$$\frac{k}{l} = u^0 + \cfrac{1}{t' + \cfrac{1}{u' + \cfrac{1}{t'' + \cdots + \cfrac{1}{u^*}}}}$$

Die Summe dieser beiden Kettenbrüche muss also gerechnet werden.

Wie solche Kettenbrüche am einfachsten und leichtesten zu rechnen seien, hat Euler (Comm. Acad. Petrop. Tom. IX) gezeigt, (4) und hat zugleich eine Menge interessanter und wichtiger Relationen derselben mitgetheilt, von welchen zwei hier besonders hervorgehoben zu werden verdienen. Erstlich hat Euler nachgewiesen, dass, nach den hier gewählten Bezeichnungen, immer sein müsse:

$$gl - hk = 1$$

eine Relation, welche sich sehr bequem als Probe für die richtig gerechnete Summirung verwenden lässt.

Zweitens, dass:

$$(u^0, t', u' \ldots t^*) = (t^* \ldots u', t', u^0)$$

d. h. dass es erlaubt sei, die Ordnung der Elemente umzukehren.

Die Werthe von g,h,k,l in die Gleichung des Lichtstrahls im letzten Mittel eingeführt, geben folgenden Ausdruck:

$$y = \frac{kb^0 + l\beta^0}{n^*}(x - N^*) + gb^0 + h\beta^0$$

Wäre der einfallende Lichtstrahl im letzten Mittel gegeben und sollte der gebrochene Lichtstrahl im ersten Mittel gesucht werden; dann muss umgekehrt β^0 und b^0 durch β^* und b^* ausgedrückt und in die Gleichung des Lichtstrahls im ersten Mittel eingeführt werden. Man erhält aber:

$$b^0 = lb^* - h\beta^*.$$
$$\beta^0 = - kb^* + g\beta^*.$$

Dies giebt:

$$y = \frac{g\beta^* - kb^*}{n^0}(x - N^0) + lb^* - h\beta^*.$$

Hiemit wäre denn auch die Aufgabe für jede beliebige Anzahl verschiedener Brechungen vollständig gelöst.

Will man die Entfernung des hinteren Brennpunktes von der letzten Trennungsfläche finden, so hat man $y = o$ und den einfallenden Lichtstrahl als parallel zur Axe der x, mithin auch $\beta^0 = o$ vorauszusetzen. Dies führt auf den sehr einfachen Ausdruck:

$$x - N^* = - \frac{n^* g}{k}$$

Will man die Entfernung des vorderen Brennpunktes von der ersten Trennungsfläche finden, so ist $\beta^* = o$ vorauszusetzen und man erhält:

$$x - N^0 = \frac{n^0 l.}{k}$$

Da wir aber der obigen Gleichungen uns nur ausnahmsweise bedienen werden, so übergehen wir die anderen Relationen, welche sich daraus ableiten lassen.

7.

Während die Gleichung des einfallenden Strahles auf die erste Trennungsfläche bezogen war, ist die eben gefundene Gleichung des gebrochenen Strahles im letzten Mittel auf die letzte Trennungsfläche des ganzen Systems bezogen.

Gauss hat nun gezeigt, dass man zu einfacheren Relationen gelangen könne, wenn man die beiden Gleichungen nicht auf die erste und auf die letzte der Trennungsflächen, sondern auf zwei andere Ebenen bezieht, denen er den Namen Haupt-Ebenen gegeben hat.

Die — vorläufig noch unbekannten — beiden Punkte (Hauptpunkte), in welchen die Hauptebenen von der Axe der x getroffen werden, mögen Q und Q* heissen.

Unsere früheren Gleichungen müssen demnach, auf die Punkte Q und Q^* bezogen, folgende Form annehmen:

$$\text{im ersten Mittel } y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - Q) + B$$

$$\text{im letzten Mittel } y = \frac{\beta^*}{n^*}(x - Q^*) + B^*$$

Es bleiben nämlich die Winkel, welche der Lichtstrahl mit der Axe der x einschliesst, im ersten und im letzten Mittel dieselben. Dagegen, wenn der einfallende Lichtstrahl die erste Fläche in einer Höhe über der x Axe $= b^0$ trifft, so soll er die erste Hauptebene in einer Höhe $= B$ treffen und wenn der gebrochene Lichtstrahl die letzte Trennungsfläche in einer Höhe $= b^*$ trifft, so soll er (oder seine geradlinige Verlängerung) die zweite Hauptebene in einer Höhe $= B^*$ über der x Axe treffen.

Die Werthe von B und B^* werden sich aber folgendermaassen ausdrücken lassen:

$$B = b^0 - \frac{N^0 - Q}{n^0}\beta^0$$

$$B^* = b^* - \frac{Q^* - N^*}{n^*}\beta^*$$

oder indem wir, um abzukürzen:

$$\frac{N^0 - Q}{n^0} = \Theta$$

$$\frac{Q^* - N^*}{n^*} = \Theta^*$$

schreiben, werden wir erhalten:

$$B = b^0 - \Theta\beta^0$$
$$B^* = b^* - \Theta^*\beta^*$$

Wir haben früher (III) vorausgesetzt:

$$b^* = gb^0 + h\beta^0$$
$$\beta^* = kb^0 + l\beta^0$$

Für b^0 haben wir seinen neuen Werth zu substituiren; dadurch erhalten wir:

$$b^* = gB + (g\Theta + h)\beta^0$$

Dieses b^* selbst ist aber geworden:

$$b^* = B^* + \Theta^*\beta^*$$

Mithin ist

$$B^* + \Theta^*\beta^* = gB + (g\Theta + h)\beta^0$$

Um B^* ganz nach B und β^0 auszudrücken, muss für β^* ebenfalls sein neuer Werth:

$$\beta^* = kB + (\Theta k + l)\beta^0$$

eingeführt werden. Macht man diese Einführung und ordnet die Gleichung, dann erhält man:

$$B^* = (\Theta^* k + g)\, B + (\Theta\Theta^* k + \Theta^* l + \Theta g + h)\, \beta^0$$

Diese Gleichung möge abgekürzt heissen:

$$B^* = G B + H \beta^0$$

Für β^* hatten wir schon die Gleichung:

$$\beta^* = k B + (\Theta k + l)\, \beta^0$$

Sie möge abgekürzt heissen:

$$\beta^* = K B + L \beta^0$$

Wir haben daher:

$$G = \Theta^* k + g$$
$$H = \Theta\Theta^* k + \Theta^* l + \Theta g + h$$
$$K = k$$
$$L = \Theta k + l.$$

Es kommt nun darauf an, diese neuen G, H, K, L, welche ebenfalls die Relation

$$G L - H K = 1$$

geben müssen, durch schickliche Wahl der Werthe für Θ und Θ^* so zu bestimmen, dass daraus möglichst einfache Relationen hervorgehen.

Die einfachsten Werthe, welche G, H, K, L, annehmen können, wären wohl die, welche sie annehmen würden, wenn wir voraussetzten, dass statt sämmtlicher Brechungen an den verschiedenen Trennungsflächen nur eine einzige Brechung an den in Q und Q* befindlichen Ebenen statt finden solle:

Es würde für diesen Fall unser b* und β^* die Bedeutung derjenigen Werthe erlangen, welche wir oben (Art. 5) bei der einmaligen Brechung mit b′ und β' bezeichnet haben.

Es war aber dort (II) und (I)

$$\beta' = \beta^0 + U b^0$$
$$b' = b^0$$

Vergleichen wir diese Werthe mit den gefundenen Gleichungen

$$\beta^* = L \beta^0 + K B$$
$$B^* = G B + H \beta^0$$

so würden sich daraus für G, H, K, L folgende Werthe ergeben:

$$G = \Theta^* k + g = 1$$
$$H = \Theta\Theta^* k + \Theta^* l + \Theta g + h = o$$
$$K = k = U$$
$$L = \Theta k + l = 1$$

Aus den Gleichungen in G und L lassen sich die Werthe finden, welche unter der gemachten Annahme Θ und Θ^* annehmen müssten. Diese sind:

$$\Theta = \frac{1 - l}{k}$$

$$\Theta^* = \frac{1 - g}{k}$$

Aus den beiden Gleichungen in H und K erhalten wir aber überdies noch zwei Bedingungsgleichungen. Nämlich aus der Gleichung in H die Bedingungsgleichung:

$$gl - hk = 1$$

von der wir (Art. 6) gesagt haben, dass sie zu Folge der Gesetze der Kettenbrüche *immer* stattfinden müsse.

Die zweite Bedingungsgleichung ist:

$$K = U$$

Diese Bedingung muss also erfüllt werden.

Es war aber oben:

$$U = -\frac{n' - n}{R}$$

wofür, wenn wir den Weg des Lichtstrahls in dem *letzten* Mittel suchen, gesetzt werden muss:

$$U = -\frac{n^* - n^0}{R}$$

Wir hätten daher:

$$k = -\frac{n^* - n^0}{R}$$

und

$$R = -\frac{n^* - n^0}{k} = \frac{n^0 - n^*}{k}$$

d. h. wenn wir die Voraussetzung einer einmaligen Brechung anstatt der mehrmaligen Brechungen machen wollen, so kann dies dadurch geschehen, dass wir in der ersten Hauptebene eine Trennungsfläche fingiren, deren Krümmungshalbmesser gleich $\frac{n^0 - n^*}{k}$ ist, und die an der einen Seite von dem ersten, an der andern Seite von dem letzten brechenden Mittel des ganzen Systems begränzt wird. Die Gleichung des einfallenden Lichtstrahles ist für diesen Fall auf die *erste* Hauptebene, die Gleichung des gebrochenen Lichtstrahles im letzten Mittel auf die *zweite* Hauptebene zu beziehen.

Die Lage, welche den beiden Hauptebenen in Beziehung zur ersten und zur letzten Trennungsfläche des ganzen Systems zukommt, ergibt sich aus den für Θ und Θ^* gefundenen Ausdrücken. Setzen wir aber für die abgekürzten Ausdrücke Θ und Θ^* ihre ursprünglichen Werthe wieder hinein, so findet man:

$$N^0 - Q = \frac{n^0 (1 - l)}{k}$$

$$Q^* - N^* = \frac{n^* (1 - g)}{k}$$

Bezeichnen wir, um Q und Q*, ihrer allgemeinen Bedeutung nicht zu berauben, den speciellen und bestimmten Werth, welchen sie unter den gemachten Annahmen erhalten haben, mit E und E*; so ist:

$$N^0 - E = \frac{n^0 (1 - l)}{k} = e$$

$$E^* - N^* = \frac{n^* (1 - g)}{k} = e^*$$

Das Erstere ist der Ausdruck für die Entfernung der ersten Hauptebene von der ersten Trennungsfläche; das Letztere ist der Ausdruck für die Entfernung der zweiten Hauptebene von der letzten Trennungsfläche des ganzen Systems.

8.

Wir wollen jetzt die Gleichungen des vorigen Art. in ihrer ganz allgemeinen Bedeutung wieder aufnehmen und Werthe suchen, welche Q und Q* unter gewissen anderen Voraussetzungen erhalten.

Es ist bekannt, dass bei jedem centrirten System sphärisch gekrümmter Medien parallel zur Axe einfallende Lichtstrahlen, nahezu in ein und demselben Punkte dem sog. Brennpunkte zur Vereinigung kommen und zwar geschieht diese Vereinigung in dem ersten Brennpunkte, wenn die Lichtstrahlen aus dem ersten Mittel auf die erste Trennungsfläche, in dem zweiten Brennpunkte dagegen, wenn die Lichtstrahlen aus dem letzten Mittel auf die letzte Trennungsfläche einfallen. Gauss nennt nun die durch den ersten Brennpunkt normal zur Axe gelegte Ebene die erste Brennpunkts-Ebene, die durch den zweiten Brennpunkt normal zur Axe gelegte Ebene die zweite Brennpunkts-Ebene und hat gezeigt, dass (allgemeiner) Lichtstrahlen, die parallel unter einander — gleichviel ob auch parallel zur Axe — auf die erste oder auf die letzte Trennungsfläche einfallen, sämmtlich in irgend einem Punkte der ersten oder zweiten Brennpunktsebene zur Vereinigung kommen und dass Lichtstrahlen, welche von irgend einem Punkte der zweiten oder der ersten Brennpunktsebene ausgehen, in dem letzten oder in dem ersten Mittel parallel zu einander verlaufen.

Wenn wir nun von dieser Voraussetzung ausgehend in unserer allgemeinen Gleichung die — vorläufig noch unbekannten — beiden Punkte, in welchen die beiden Brennpunktsebenen von der Axe der x getroffen werden, wieder mit Q und Q* bezeichnen, so fragt es sich, wo werden Q und Q* liegen.

Wir hatten (Art. 7) gefunden, dass die beiden Grössen (β^*, B*), welche die Lage des gebrochenen Lichtstrahls in Bezug auf den Punkt Q* angeben, sich abgekürzt ausdrücken durch:

$$\beta^* = L\beta^* + KB$$
$$B^* = GB + H\beta^0$$

Da wir es jetzt nicht mehr mit einem einzigen, sondern mit mehreren Lichtstrahlen zu thun haben, so werden wir auch nicht mehr diese beiden Gleichungen allein, sondern so viele Paare ähnlich lautender Gleichungen haben, als einfallende Lichtstrahlen gegeben sind.

Sollen aber die gemachten Voraussetzungen statt finden, so heisst diess — analytisch ausgedrückt — dass für sämmtliche Gleichungen in β^* dieses β^* immer gleich gross bleiben müsse, so lange B seinen Werth nicht ändert, β^0 möge dabei einen Werth annehmen, welchen es wolle. Eine solche Bedingung kann nicht anders erfüllt werden als dadurch, dass der Coefficient von β^0 der Null gleich ist

$$L = 0.$$

Ein ähnliches gilt von den Gleichungen in B*. In diesen muss für gleiche β^0 aber verschiedene B, der Werth von B* unverändert bleiben, woraus folgt, dass auch:

$$G = 0$$

sei.

Die vier Constanten für die Brennpunktsebenen erhalten daher folgende Werthe:

$$G = \Theta^* k + g \qquad = 0$$
$$H = \Theta\Theta^* k + \Theta^* l + \Theta g + h = \frac{1}{k}$$
$$K \qquad = k$$
$$L = \Theta k + l \qquad = 0$$

Aus den Gleichungen in G und L findet sich leicht:

$$\Theta = -\frac{l}{k}$$
$$\Theta^* = -\frac{g}{k}$$

Restituiren wir für die abgekürzten Ausdrücke Θ und Θ^* ihre ursprünglichen Werthe, vertauschen darin aber die Buchstaben Q und Q* mit den Buchstaben F und F* um den speciellen Werth, welchen Q und Q* unter den hier gemachten Voraussetzungen (als Brennpunkte oder als Brennpunktsebenen) erhalten, von den allgemein und unbestimmt gelassenen Q und Q* zu unterscheiden, so findet sich:

$$N^0 - F = -\frac{n^0 l}{k}$$
$$\Theta\, F^* - N^* = -\frac{n^* g}{k}$$

oder, wenn man die Brennpunkte nicht auf die erste und letzte Trennungsfläche, sondern auf die erste und zweite Hauptebene beziehen will und die Entfernung des ersten Brennpunktes von der ersten Hauptebene mit dem Buchstaben f, die Entfernung des zweiten Brennpunktes von der zweiten Hauptebene mit dem Buchstaben f* bezeichnet, so finden sich die sehr einfachen Relationen:

$$E - F = - \frac{n^0}{k} = f.$$

$$F^* - E^* = - \frac{n^*}{k} = f^*.$$

Diese Entfernung der Brennpunkte von den gleichnamigen Hauptpunkten nennt Gauss die Brennweiten.

Man sieht leicht, dass wenn das erste und das letzte Mittel gleiche Brechungsquotienten haben, (wenn $n^0 = n^*$) die beiden Brennweiten immer gleich gross werden müssen.

Anm. Die meisten Schriftsteller verstehen unter dem Ausdruck Brennweite die Entfernung des Brennpunktes von der Linse, indem sie entweder stillschweigend voraussetzen oder ausdrücklich bevorworten, dass die Dicke der Linse hiebei wie unendlich klein betrachtet werde, wodurch also für wirkliche Linsen die Brennweite eine Unbestimmtheit von der Ordnung der Dicke der Linsen behält. Wo es einmal genauer genommen wird, rechnet man jene Entfernung bald von der dem Brennpunkte nächsten Oberfläche der Linse, bald von dem sogenannten optischen Mittelpunkt derselben, bald von demjenigen Punkte, welcher zwischen der Vorderfläche und Hinterfläche mitten inne liegt und von allen diesen Bestimmungen wieder verschieden ist derjenige Werth, welcher bei der Vergleichung der Grösse des Bildes eines unendlich entfernten Gegenstandes mit der scheinbaren Grösse des Letzteren zum Grunde gelegt werden muss, welche letztere Bestimmung in der That die einzige zweckmässige ist.

9.

Mit Hülfe der beiden Haupt- und der beiden Brennpunktsebenen lässt sich nun eine sehr einfache und allgemeine Construktionsregel angeben, um die Lage des gebrochenen Strahles zu finden, wenn der einfallende Strahl gegeben ist.

Es treffe nämlich der einfallende Strahl die erste Brennpunktsebene in dem Punkte a und die erste Hauptebene in dem Punkte b. Eine Parallele zu a b durch den ersten Brennpunkt gezogen, treffe die erste Hauptebene in c. Eine andere Parallele mit der Axe des Systems von b ausgezogen, treffe die zweite Hauptebene in dem Punkte d. Endlich eine dritte Parallele ebenfalls zur Axe des Systems von e aus gezogen, treffe die zweite Brennpunktsebene in dem Punkte e. Die Verbindungslinie der Punkte d und e gibt dann die Lage des gebrochenen Strahles in dem letzten Mittel.

Will man den sogen. optischen oder conjugirten Bildpunkt (P*) ir-

gend eines Objektpunktes (P) construiren, dann braucht man nur nach dem angegebenen Verfahren den Weg zweier beliebigen, von dem Punkte P ausgehenden Lichtstrahlen in dem letzten brechenden Mittel zu suchen. Der Punkt, in welchem die beiden (nöthigenfalls vorwärts oder rückwärts verlängerten) Linien, die den Weg des gebrochenen Lichtstrahls in dem letzten Mittel angeben, sich schneiden, ist der gesuchte conjugirte Bildpunkt.

Es ist nämlich bekannt, dass für denjenigen Grad der Genauigkeit, von welchem wir ausgehen, und wobei die Abweichung wegen der Kugelgestalt ausser Acht gelassen wird, sämmtliche von einem Punkte P ausgehenden, einfallenden Lichtstrahlen sich nach der Brechung in ein und demselben Punkte P* begegnen, und dass in gleicher Weise, vermöge des Gesetzes der Revertibilität der Lichtstrahlen sämmtliche von dem Punkte P* ausgehenden Lichtstrahlen sich nach ihrer Brechung in dem Punkte P begegnen würden. — Diese Eigenschaft hat solchen Punkten die Benennung conjugirte Punkte zugezogen. Was aber von einem einzelnen Punkte gilt, das muss auch von einem System zusammengehöriger Punkte gelten, und als ein Solches kann jedes beliebige Objekt betrachtet werden. Hieraus ist ersichtlich, dass man die Bezeichnung conjugirte Ebenen auch auf jedes Object mit Bezug auf sein optisches Bild anwenden könne, und dass, ohne Nachtheil für die Rechnung, die Begriffe Bild und Objekt mit einander vertauscht werden können.

10.

Wenn es richtig ist, dass alle von dem Punkte P ausgehenden Lichtstrahlen sich nach der Brechung sämmtlich in dem Punkte P* schneiden, dann ist es auch richtig, dass für jeden bestimmten Punkt P nur ein einziger bestimmter conjugirter Punkt P* existiren könne.

Dieses vorausgesetzt, lässt sich die Frage aufwerfen, welches die Coordinaten des Punktes P* seien, wenn die Coordinaten des Punktes P gegeben sind.

Wir werden zu diesem Behufe unsere Formeln (Art. 7) in ihrer ganz allgemeinen Bedeutung wieder aufnehmen und voraussetzen, es sei der Punkt P in der Ebene Q, der Punkt P* dagegen in der Ebene Q* gelegen.

Um aber sogleich zu den einfachsten Relationen zu gelangen, wollen wir die Ebenen in Q und Q* nicht auf die erste und letzte Trennungsfläche (N^0 und N^*), sondern auf die erste und zweite Hauptebene (E und E*) beziehen.

Für die beiden Hauptebenen hatten wir als Werthe von G,H,K,L.

$$G = 1$$
$$H = 0$$
$$K = k$$
$$L = 1$$

gefunden. Für die neuen Ebenen Q und Q* werden wir für diese Constanten, welche wir zur Unterscheidung mit **G,H,K,L** bezeichnen wollen, andere Werthe finden, welche zwar der Form nach mit jenen gleichlautend sind, in denen aber G,H,K,L an die Stelle der g,h,k,l zu setzen sind.

Die Coordinaten des Punktes P seien ξ und η.

Die Coordinaten des Punktes P* seien ξ^* und η^*.

Zur Abkürzung werde geschrieben:

$$E - Q = E - \xi = p.$$
$$Q^* - E^* = \xi^* - E^* = p^*.$$
$$B = \eta.$$
$$B^* = \eta^*.$$

Dies gibt uns:

$$\mathbf{G} = \frac{p^*}{n^*} K + G.$$

$$\mathbf{H} = \frac{pp^*}{n^0 n^*} K + \frac{p^*}{n^*} L + \frac{p}{n^0} G + H.$$

$$\mathbf{K} = K.$$

$$\mathbf{L} = \frac{p}{n^0} K + L.$$

oder durch Substitution der Werthe, welche G,H,K,L für die beiden Hauptebenen annehmen:

$$\mathbf{G} = \frac{p^*}{n^*} k + 1$$

$$\mathbf{H} = \frac{pp^*}{n^0 n^*} k + \frac{p^*}{n^*} + \frac{p}{n^0}$$

$$\mathbf{K} = k$$

$$\mathbf{L} = \frac{p}{n^0} k + 1.$$

Unsere schon oft angewandte Gleichung

$$B^* = GB + H\beta^0$$

nimmt jetzt die Form an:

$$\eta^* = G\eta + H\beta^0.$$

Da aber der Voraussetzung nach η^* und η ihre Werthe nicht ändern sollen, es möge β^0 einen Werth annehmen, welchen es wolle, so lässt sich diese Voraussetzung analytisch nur dadurch ausdrücken, dass wir den Coefficienten von β^0 der Null gleich setzen. Es ist mithin

$$\mathbf{H} = 0,$$

oder

$$\frac{pp^*}{n^0 n^*} k + \frac{p^*}{n^*} + \frac{p}{n^0} = 0,$$

woraus gefunden wird:

$$p^* = -\frac{n^*p}{n^0 + kp,}$$

oder da (nach Art. 8)

$$f^* = -\frac{n^*}{k}$$

$$f = -\frac{n^0}{k}$$

so ist:

$$p^* = \frac{f^*p}{p - f^0.}$$

Hieraus lässt sich die bekannte Relation:

$$\frac{n^0}{p} + \frac{n^*}{p^*} = \frac{n^0}{f} = \frac{n^*}{f^*} = -k$$

ableiten, welche, wenn das erste und letzte Mittel einerlei Brechungsindex haben; ($n^0 = n^*$) in die noch bekanntere Formel:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p^*} = \frac{1}{f}$$

übergeht. In der hier angenommenen Bedeutung, sind aber die Werthe der Buchstaben p, p^*, f, von den in der Anm. zu Art. 8 erwähnten Unbestimmtheiten vollkommen frei, und es lässt sich diese Formel sowohl auf einzelne Linsen, wie auch auf ganze oder partielle Linsensysteme anwenden, sobald die Lage ihrer Haupt- und Brennpunkte bekannt ist.

Als Werth von η^* ergibt sich:

$$\eta^* = \eta\left(\frac{p^*}{n^*}k + 1\right)$$

oder für p^* seinen Werth gesetzt:

$$\eta^* = \frac{n^0\eta}{n^0 + kp}$$

$$= \frac{\eta f}{f - p.}$$

Der gefundene Werth für $\xi^* - E^*$ oder p^* gibt also die Bildweite eines Objektes, dessen Entfernung von dem Systeme gleich $E - \xi$ oder gleich p ist; oder, allgemeiner ausgedrückt, die beiden Ebenen, welche durch die Punkte ξ und ξ^* normal zur Axe des ganzen Systems gelegt werden, sind *conjugirte Ebenen.*

Das Verhältniss von η^* zu η, welches der Kürze wegen m heissen möge, nämlich:

$$m = \frac{\eta^*}{\eta} = \frac{f}{f - p} = \frac{f^* - p^*}{f^*}$$

kann als *Vergrösserungszahl* betrachtet werden, weil η^* und η selbst

wieder conjugirte Punkte in jenen beiden Ebenen bezeichnen und ihre Entfernung von der Axe daher dem Grössen-Verhältniss zwischen Bild und Objekt proportional sein muss.

Wollte man die conjugirten Ebenen auf die Brennpunktsebenen beziehen, dann würde man auf demselben Wege dahin gelangen, indem man in die Werthe von **G**,**H**,**K**,**L** diejenigen Werthe substituirt, welche G,H,K,L für die Brennpunktsebenen annehmen. (Art. 8).

Zur Abkürzung werde geschrieben:

$$F - \xi = q.$$
$$\xi^* - F^* = q^*.$$

Man findet alsdann:

$$q\, q^* = f\, f^*.$$

oder:

$$q^* = \frac{f\, f^*}{q}$$

und

$$m = \frac{\eta^*}{\eta} = -\frac{q^*}{f^*} = -\frac{f}{q}.$$

Durch die Werthe p* oder q* und η^* werden also der Ort und die Grösse des optischen Bildes gegeben, wenn Ort und Grösse des Objektes im ersten Mittel bekannt sind.

Wenn dagegen das Objekt im zweiten Mittel gelegen ist, dann wird der Ort und die Grösse des Bildes durch die Werthe p oder q und η gegeben. Die zu diesem Zwecke erforderliche Umwandlung unserer Formeln ist indessen so leicht, dass es nicht nothwendig scheint, sie ausdrücklich hieher zu schreiben.

Hiemit wären die beiden wichtigsten Fragen des dioptrischen Problemes für jedes beliebige System lichtbrechender Medien durch überaus einfache Formeln vollständig erledigt.

11.

Nach dem oben (Art. 9) angegebenen Construktionsverfahren lässt sich nun zwar auch die Bildgrösse auf construktivem Wege leicht finden, wenn Grösse und Entfernung des Objektes gegeben sind; wenn überdies aber noch die Entfernung des Bildes gegeben ist, oder als bekannt vorausgesetzt werden darf, dann lässt sich die Bildgrösse durch eine noch einfachere Construktion auffinden. Da dieser specielle Fall nicht selten vorkommt, so wird eine kurze Berücksichtigung und Erwähnung desselben nicht überflüssig erscheinen.

Wenn nämlich Ort und Grösse des Objektes und der Ort des conjugirten Bildes gegeben wäre, dann würde sich die Grösse des Bildes ausserordentlich leicht construiren lassen, wenn ausserdem noch derjenige Punkt in der Axe des Systems bekannt wäre, durch welchen die einfallen-

den Lichtstrahlen hindurchgehen, ohne von ihrer Richtung abgelenkt zu werden (der sogen. Kreuzungspunkt der Richtungslinien). Wäre ein solcher Punkt bekannt, dann brauchte man nur die Grenzpunkte des Objektes mit demselben durch Linien zu verbinden; die Durchschnittspunkte dieser — nöthigenfalls verlängerten — Linien mit der Ebene des conjugirten Bildes würden unmittelbar dessen Bildgrösse angeben.

Da aber für ein zusammengesetzes System ein solcher invariabler Punkt, strenge genommen, nicht existirt, und um den bisher eingeschlagenen Weg nicht gänzlich wieder zu verlassen, können wir anstatt des einen Kreuzungspunktes der Richtungslinien, deren zwei wählen, die sich so zu einander verhalten, dass die in dem ersten Punkte sich durchkreuzenden einfallenden Lichtstrahlen nach der Brechung genau in derselben Richtung zur Axe, (d. h. parallel zu jenen), jedoch so verlaufen, dass sie sich sämmtlich in dem zweiten Punkte durchkreuzen. — Zieht man daher von den Grenzpunkten des Objekts Verbindungslinien mit dem ersten jener beiden Punkte und alsdann Parallellinien zu denselben durch den zweiten Punkt, dann werden die Durchschnittspunkte dieser Parallellinien mit der Bildebene eben so viele Grenzpunkte des Bildes, mithin die Bildgrösse selbst angeben.

Die beiden Punkte, welche diese Eigenschaft besitzen, wurden von Listing mit dem beifällig aufgenommenen Namen Knotenpunkte bezeichnet.

Um die Lage dieser beiden sogen. Knotenpunkte zu finden, werden wir noch einmal unsere Gleichungen (Art. 8) zu Hülfe nehmen, in denen jetzt Q den ersten und Q* den zweiten Knotenpunkt bedeuten soll.

Wir haben daher die Werthe:

$$B^* = GB + H\beta^0$$
$$\beta^* = KB + L\beta^0$$

so zu bestimmen, dass die gemachten Voraussetzungen dadurch erfüllt werden.

Zufolge der Voraussetzung muss offenbar

$$\frac{\beta^*}{n^*} = \frac{\beta^0}{n^0}$$

mithin

$$\beta^* = \frac{n^*}{n^0}\beta^0$$

und

$$B^* = B = o$$

sein.

Hieraus findet sich:

$$G = \frac{n^0}{n^*}$$
$$H = o$$
$$K = k$$
$$L = \frac{n^*}{n^0},$$

Und wenn wir nach Analogie unseres früheren Verfahrens die bestimmten Werthe, welche Q und Q* unter den angenommenen Voraussetzungen erhalten, mit C und C* bezeichnen, und deren Entfernung von den beiden Begrenzungsflächen des ganzen Systems suchen, so findet sich aus den Gleichungen in G und L

$$N^0 - C = \frac{n^* - n^0 l}{k}$$

$$C^* - N^* = \frac{n^0 - n^* g}{k.}$$

Wollten wir die Entfernung der Punkte C und C* von dem ersten und zweiten Hauptpunkt suchen, so würde sich finden:

$$E - C = \frac{n^* - n^0}{k}$$

$$C^* - E^* = \frac{n^0 - n^*}{k}$$

Die Entfernung der Knotenpunkte von den gleichnamigen Hauptpunkten ist also gleich dem Halbmesser (R) der imaginären krummen Fläche, welche den wirklichen Trennungsflächen eines beliebigen dioptrischen Systemes substituirt werden kann. (Art. 7). — Da aber bei einmaliger Brechung der ungebrochene Lichtstrahl durch den wahren Mittelpunkt der krummen Trennungsfläche hindurchgeht, so musste derselbe bei mehrmaligen Brechungen, wohl auch durch den imaginären Mittelpunkt der imaginären Substitutionsfläche hindurchgehen, wenn die Bedeutung dieser Substitutionsfläche allgemein gültig ist.

Hätten wir die Entfernung der Punkte C und C* von dem ersten und zweiten Brennpunkte gesucht, dann würden wir gefunden haben:

$$F - C = \frac{n^*}{k} = - f^*$$

$$C^* - F^* = \frac{n^0}{k} = - f.$$

Die Entfernung der Knotenpunkte von ihren gleichnamigen Brennpunkten ist demnach immer gleich der ungleichnamigen Brennweite.

Wollte man endlich die Entfernung und Grösse conjugirter Bilder mit Beziehung auf die Knotenpunkte kennen lernen, dann wären nach Analogie unseres früheren Verfahrens die Werthe, welche G,H,K,L für die Knotenpunkte annehmen, in die Gleichungen für **𝔊,ℌ,𝔎,𝔏** des Art. 10 zu substituiren.

Zur Abkürzung werde für diesen Fall geschrieben:

$$C - \xi = s$$
$$\xi^* - C^* = s^*.$$

Man findet:

$$s^* = \frac{s\,f}{s - f^*}$$

und

$$m = \frac{\eta^*}{\eta} = \frac{f - s^*}{f^*}$$

$$= \frac{f}{f^* - s}$$

Dividirt man auf beiden Seiten durch s^*, dann erhält man:

$$\frac{\eta^*}{\eta} = \frac{s^*}{s}$$

d. h. die Objekt- und Bildgrössen sind den Entfernungen von Objekt und Bild proportional, wenn die Entfernungen von den Knotenpunkten aus gerechnet werden.

Diese letztere Relation giebt das eigentlich Charakteristische der Knotenpunkte und kann in der That zuweilen mit Vortheil benutzt werden (5).

12.

Für den speciellen Fall, wenn das erste und das letzte Mittel ein gleiches Brechungsvermögen besitzen, verliert die Fiktion einer einmaligen Brechung an einer mit dem Halbmesser $\frac{n^0 - n^*}{k}$ beschriebenen krummen Trennungsfläche ihre Anwendbarkeit. Es kann für diesen Fall die Fiktion einer einzigen Linse von unendlich kleiner Dicke mit der Brennweite $-\frac{n^0}{k}$ oder $-\frac{n^*}{k}$ substituirt werden, wobei aber der ausfahrende Lichtstrahl um so viel verschoben werden muss, als die Entfernung des Punktes E^* von E beträgt.

Es wird nicht überflüssig sein, die allgemeinen Regeln, welche wir bis hieher kennen gelernt haben, auf den besonderen Fall einer einfachen Linse anzuwenden, welche an beiden Flächen von gleichen brechenden Mitteln begrenzt ist.

Um unsere allgemeinen Formeln zu vereinfachen, bezeichnen wir jetzt den Brechungsindex der Linse mit n; den Brechungsindex des umgebenden oder begrenzenden Mittels mit 1. Wir nennen ferner den Halbmesser der ersten Fläche $(n - 1)\,f$, denjenigen der zweiten Fläche $(1 - n)\,f'$, endlich die Dicke der Linse nt (6). — Wir haben also statt der früheren Bezeichnungen

$$\begin{array}{lll} n^0 & \text{hier} & 1 \\ n' & „ & n \\ n'' & „ & 1 \\ t' & „ & t \\ u^0 & „ & -\frac{1}{f} \\ u' & „ & -\frac{1}{f'} \end{array}$$

und folglich:

$$g = 1 + u^0 t' = \frac{f - t}{f}$$

$$h = t' = t$$

$$k = u^0 t' u' + u^0 + u' = -\frac{f + f' - t}{ff'}$$

$$l = 1 + u^0 t' = \frac{f' - t}{f'}$$

Für die Brennweite φ haben wir nun:

$$\varphi = \frac{ff'}{f + f' - t}$$

Für die beiden hier mit E und E' zu bezeichnenden Hauptpunkte:

$$N^0 - E = -\frac{t\,f}{f + f' - t} = -\frac{t\,\varphi}{f'} = -e$$

$$E' - N^0 = \frac{t\,f'}{f + f' - t} = -\frac{t\,\varphi}{f} = -e'$$

und für die beiden Brennpunkte:

$$N^0 - F = \frac{f\,(f' - t)}{f + f' - t}$$

$$F' - N' = \frac{f'\,(f - t)}{f + f' - t}$$

13.

Für die Berechnung eines Systemes von Linsen auf gemeinschaftlicher Axe, lassen sich bequemere Formeln angeben als die oben angeführten, indem man anstatt der Halbmesser der einzelnen brechenden Flächen und ihrer gegenseitigen Abstände die Brennweiten der einzelnen Linsen und die Entfernungen ihrer zweiten Hauptpunkte von den ersten der folgenden Linsen einführt.

Es werde die Brennweite der einzelnen Linsen in ihrer Reihenfolge bezeichnet mit:

$$\varphi^0,\ \varphi',\ \varphi'' \ldots\ldots \varphi^*$$

die Hauptpunkte hier, abweichend von der bisherigen Bezeichnungsweise, die ersten mit

$$E^0, E', E'', \ldots\ldots E^*$$

die zweiten mit

$$I^0, I', I'' \ldots\ldots I^*$$

Zur Abkürzung werde noch geschrieben:

$$E' - I^0, = t'$$
$$E'' - I' = t''$$
$$E''' - I'' = t'''$$
u. s. f.

und ferner:

$$-\frac{1}{\varphi^0} = u^0$$
$$-\frac{1}{\varphi'} = u'$$
$$-\frac{1}{\varphi''} = u''$$
u. s. f.

Die letzten Glieder in diesen Reihen mögen als Solche durch ein Sternchen ausgezeichnet werden.

Wenn wir unter diesen Voraussetzungen die vier Grössen g, h, k, l in gleicher Weise bestimmen, wie früher (Art. 6), und wenn wir die beiden Hauptpunkte des ganzen Systems mit

$$\mathbf{E} \text{ und } \mathbf{E}^*$$

die beiden Brennpunkte mit

$$\mathbf{F} \text{ und } \mathbf{F}^*$$

bezeichnen, so werden wir den oben gefundenen ganz analoge Ausdrücke erhalten, deren Ableitung keine besondere Schwierigkeit hat. Es genügt daher, die Ausdrücke in gebrauchfertiger Form niederzuschreiben. Es sind folgende:

$$E^0 - \mathbf{E} = \frac{(1 - l)}{k}$$
$$\mathbf{E}^* - I^* = \frac{(1 - g)}{k}$$
$$E^0 - \mathbf{F} = -\frac{1}{k}$$
$$\mathbf{F}^* - I^* = -\frac{g}{k}$$
$$\mathbf{F} - \mathbf{E} = \mathbf{E}^* - \mathbf{F}^* = -\frac{1}{k}$$

Diese Formeln lassen sich sehr leicht auch noch auf den Fall ausdehnen, wo das erste oder das letzte Mittel einen andern Brechungsindex

hat, wenn nur die übrigen Mittel, durch welche die einzelnen Elemente getrennt werden, einerlei brechende Eigenschaft beibehalten.

Da wir beabsichtigen, die optische Wirkung der Hornhaut und die optische Wirkung der Krystall-Linse, jede für sich, einer besonderen Betrachtung zu unterwerfen, so werden wir uns dieser Formeln mit Vortheil bedienen können, um nachgehends beide zum ganzen System des Auges zusammenzusetzen.

14.

Wenn die Lagen der Haupt- und Brennpunkte eines dioptrischen Systems gemessen oder gegeben sind, und wenn überdies die äussere Form des Systems in seiner Axe, d. h. die Krümmung der ersten und der letzten Begrenzungsfläche und deren gegenseitiger Abstand bekannt ist, dann könnte ein solches System vielleicht auch als eine einfache Linse von homogener Substanz aufgefasst werden, deren beide Flächen mit der ersten und letzten Fläche des ganzen Systems gleiche Krümmungen hätten und deren Dicke dem Abstand jener zwei Krümmungsflächen gleich wäre. Es würde sich darum handeln, den imaginären Brechungsindex der gleichartigen Linse zu bestimmen; denn da die beiden Krümmungen und die Dicke als gegeben vorausgesetzt werden, so würde eine solche Fiktion nur durch die Bestimmung des Brechungsindex möglich werden.

Wir wollen zu zeigen versuchen, dass diese Fiktion im Allgemeinen nicht zulässig sei, dass sie aber unter besonderen Umständen zuweilen erlaubt werden dürfe. Es heisse der Krümmungshalbmesser der ersten Fläche r^0, derjenige der letzten Fläche r^*, und d sei deren gegenseitiger Abstand. — Der Einfachheit wegen wollen wir noch annehmen, dass $n^0 = n^* = 1$. Die gemessenen oder gegebenen Werthe mögen ferner bezeichnet werden: die Brennweite mit f, die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der ersten Trennungsfläche mit e, die Entfernung des zweiten Hauptpunktes von der letzten Trennungsfläche mit e^*, und zwar mit Bezug auf das Vorzeichen:

$$E - F = F^* - E^* = f$$
$$N^0 - E = e$$
$$E^* - N^* = e^*$$

Ganz dieselben Werthe soll aber auch die homogene, imaginäre Linse haben; es müssen daher auch beide dieselben Constanten g, h, k, l haben, und es wird sein:

$$f = -\frac{1}{k}$$

$$e = \frac{1-l}{k}$$

$$e^* = \frac{1-g}{k}$$

Hieraus und aus der uns schon hinreichend bekannten Relation

$$gl - hk = 1$$

ergibt sich:

$$g = \frac{f + e^*}{f}$$

$$h = -\frac{e^* f + ef + ee^*}{f}$$

$$k = -\frac{1}{f}$$

$$l = \frac{f + e}{f}$$

Für eine einfache Linse würden aber die constanten folgende Form annehmen:

$$g = (u^0, t')$$
$$h = (t')$$
$$k = (u^0, t', u')$$
$$l = (t', u')$$

worin die Grössen u^0, u' und t' zur Abkürzung dienen, in der Art wie sie bisher immer gebraucht wurden.

Bezeichnen wir nämlich den gesuchten Brechungsindex der homogenen Linse mit n, so wäre:

$$u^0 = -\frac{n - 1}{r^0}$$

$$u' = -\frac{1 - n}{r'}$$

$$t' = \frac{d}{n}$$

Aus der Gleichung in h würde sich aber ein Werth von n leicht finden lassen; er wäre:

$$n = \frac{d}{h} = -\frac{d\,f}{e^* f + ef + ee^*}$$

Es könnte fast überflüssig erscheinen, hier ausdrücklich hervorzuheben, dass wenn an dem dioptrischen System eine der Grössen r^0, r^* oder d verändert wird, woraus auch andere Werthe für f, e und e^* hervorgehen, das imaginäre Brechungsverhältniss der homogenen Linse, oder die Zahl n jedesmal auch eine andere werden muss, da diese Zahl selbst von den Grössen f, e, e^* und d abhängig ist. Es wäre daher ganz unthunlich mit Hülfe des einmal berechneten n etwa die Veränderungen bestimmen zu wollen, welche f, e und e^* erleiden, wenn an dem System eine der Grössen r^0, r^* oder d verändert wird.

Wir werden bei Gelegenheit der menschlichen Krystall-Linse hierauf

zurückkommen, und erlauben uns hier diese Bemerkung nur aus dem Grunde, um an jener Stelle eine weitläufigere Auseinandersetzung zu umgehen.

Der für n gefundene Ausdruck ist aber nicht der einzige, welcher sich angeben lässt. Es lassen sich vielmehr aus den vier Relationen für g, h, k, l folgende vier Ausdrücke für den Brechungsindex der Linse finden:

$$1)\quad n = \frac{d}{d - r^0\ (1 - g)} = \frac{d\,f}{d\,f + r^0\ e^*}$$

$$2)\quad n = \frac{d}{h} = -\frac{d\,f}{e^*\,f + e\,f + e\ e^*}$$

$$3)\quad n = -\frac{k\,r^0\,r' - 2\,d - r' + r^0}{2\,(d + r' - r^0)} \pm \sqrt{\frac{k\,r^0\,r' - 2\,d - r' + r^0}{2\,(d + r' - r^0)} - \frac{d}{d + r' - r^0}}$$

$$4)\quad n = \frac{d}{d + r'\ (1 - l)} = \frac{d\,f}{d\,f - r'\ e}$$

Da aber r^0, r', d unter sich vollkommen unabhängige Werthe haben, so ist klar, dass die vier für n gefundenen Werthe (7) nur unter gewissen Bedingungen gleich gross werden können, in der Regel aber ungleich gross sein müssen.

Nur für den ausnahmsweisen Fall, wenn alle vier Ausdrücke genau denselben Werth geben, ist die oben angenommene Fiktion zulässig; in allen anderen Fällen werden die Differenzen der numerischen Werthe jener vier Ausdrücke den Grad der Ungenauigkeit, oder auch die Unzulässigkeit, für jeden speciellen Fall angeben.

Die Bedingungen, unter denen eine genaue Uebereinstimmung aller vier Werthe stattfindet, sollen hier nicht näher untersucht werden; doch mag im Allgemeinen bemerkt werden, dass eine annäherungsweise Uebereinstimmung um so mehr stattfinde, je geringer die Zahl der Elemente des zusammengesetzten dioptrischen Systems, je kleiner ihre Dicken und je geringer der Unterschied ihrer Krümmungs- und Brechungsverhältnisse.

Insofern man die Annahme dieser Bedingungen bei der menschlichen Krystall-Linse als zulässig erachtet, insofern mag auch die Annahme einer gleichartigen Linsensubstanz und die Annahme eines imaginären Index derselben zulässig sein. Wollte man aber genauer verfahren, dann würde eine solche Fiktion nicht mehr erlaubt werden dürfen.

II.

Die Krümmungen, Dimensionen und Brechungsexponenten der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

1.

Will man den Gang der Lichtstrahlen in dem menschlichen Auge nach den Gesetzen des vorhergehenden Abschnittes einer Rechnung unterziehen, dann müssen folgende Voraussetzungen bekannt oder gegeben sein.

1. Die Krümmungen sämmtlicher Trennungsflächen der lichtbrechenden Medien des Auges.

2. Die gegenseitigen Abstände sämmtlicher Trennungsflächen in der Axe des Auges.

3. Das Brechungsverhältniss sämmtlicher Medien.

Die numerischen Werthe dieser drei Reihen von Voraussetzungen werden wir also zunächst in Betracht ziehen müssen.

Es sind aus alter und neuer Zeit eine nicht unbeträchtliche Anzahl vereinzelter Messungen der genannten Voraussetzungen bekannt geworden, welche wir — so weit es uns möglich war — gesammelt und als Anhang in Form tabellarischer Uebersichten zusammengestellt haben.

Die meiste Beachtung verdienen hier die von Helmholtz (1854) an den Augen dreier lebenden Menschen ausgeführten Messungen, welche mit Ausschluss der Glaskörperaxe und der individuellen Brechungsverhältnisse sämmtliche zur Berechnung erforderlichen Daten enthalten.

Die zahlreichsten und genauesten Messungen an todten Augen sind von Krause (1832 bis 36) gemacht worden. Krause hat die Messungsresultate von neun menschlichen Augen ausführlich mitgetheilt. Er hat an diesen neun Augen nicht nur die Abstände der Trennungsflächen und ihre Krümmungen, sondern ausserdem noch eine grosse Anzahl anderer Dimensionen gemessen, die für uns von untergeordneter Wichtigkeit

sind. Sein besonderes Verdienst besteht aber darin, dass er die Krümmungen der Trennungsflächen zuerst nach einer besseren Methode und genauer als seine Vorgänger bestimmt hat. Aus seinen Messungen ergab sich, dass unter allen Krümmungen des Auges nur die Vorderfläche der Hornhaut sphärisch gewölbt sei. Im Horizontaldurchschnitte fand er dagegen die Hinterfläche der Hornhaut parabolisch, die Vorderfläche der Linse elliptisch, die Hinterfläche derselben wieder parabolisch gekrümmt, und endlich fand er noch eine ellipsoide Krümmung der inneren Wölbung des ganzen Augapfels. — Nächst Krause verdient Treviranus (1828) genannt zu werden. Auch er hat ausser den uns besonders interessirenden Werthen eine grosse Zahl anderer Dimensionen gemessen, und zwar an den Augen einer Menge verschiedener Thiere, und an drei menschlichen Augen. Ausserdem aber gibt er noch die ihm handschriftlich von Tiedemann mitgetheilten Messungsresultate dreier anderen menschlichen Augen und endlich eine Zusammenstellung älterer Messungen. Es lassen sich indessen gegen seine eigenen Messungen mancherlei Bedenken erheben, worüber das Ausführlichere in dem Abschnitte IV. mitgetheilt werden soll. — Bei weitem die zahlreichsten Messungen hat Petit (1721 bis 30) gemacht. Trotz ihres hohen Alters kann man doch nicht behaupten, dass diese Messungen allen Werth schon gänzlich verloren hätten. Petit hat die Dicke und die Krümmungen von 30 Linsen gemessen und ausserdem noch auf den Durchschnitten gefrorner Augen vielfache und sehr sorgfältige Messungen vorgenommen. Die übrigen bekannt gewordenen Messungen stehen meist vereinzelte oder sie sind als Mittelzahlen verschiedener Messungen anzusehen, deren Detail nicht weiter mitgetheilt wird. — Eine besondere Erwähnung verdient unter diesen noch D. W. Sömmering (1818).

Die numerische Bestimmung der Brechungsverhältnisse der verschiedenen Augenmedien hatten wir bis jetzt ausschliesslich Brewster (1819) und Chossat (1818) zu verdanken. In neuerer Zeit (1854) hat aber Dr. W. Krause (der Sohn des ebengenannten) diese Lücke durch eine sehr schätzenswerthe Arbeit ausgefüllt.

Brewster hat seine mit aller möglichen Sorgfalt ausgeführten Messungen an einem einzigen sehr frischen Auge eines etwa 50jährigen Frauenzimmers gemacht. Seine Angaben erstrecken sich sämmtlich sogar bis auf die vierte Decimalstelle, während Chossat's Bestimmungen, welche durch eine andere Messungsmethode gewonnen wurden, sich auf drei Decimalstellen beschränken.

W. Krause, dessen Messungen an 20 menschlichen Augen ausgeführt wurden, hat seine Resultate zwar auch mit vier Decimalstellen mitgetheilt, doch sieht er sich selbst genöthigt, die Richtigkeit der vierten Stelle unverbürgt zu lassen.

Endlich müssen wir noch anführen, dass in neuester Zeit (1856) auch Helmholtz einige — wiewohl bis jetzt noch sehr wenige — Messungsresultate der Brechungsexponenten mitgetheilt hat, welche aus einer anderen und ihm eigenthümlichen Messungsmethode gewonnen wurden.

Betrachten wir nun die einzelnen Augenmedien in ihrer Reihenfolge.

2.

Die Hornhaut — besteht aus zwei Trennungsflächen, welche nicht nach einerlei Radius gekrümmt sind. Der Radius der hinteren Fläche ist etwas kürzer als derjenige der vorderen Fläche. Sie bildet demnach einen zerstreuenden Meniskus und müsste als solcher wirken, sobald sie an ihren beiden Flächen von gleichen aber schwächer brechenden optischen Medien umgeben oder begrenzt wird.

Die Richtigkeit dieser nach den bisherigen Messungen allgemein angenommenen Verhältnisse wird aber von Helmholtz in Abrede gestellt. Helmholtz fand durch genaue Messungen, dass die Hornhaut weder als sammelnder noch als zerstreuender Meniskus wirke (8). Hieraus und aus genauen Dickenmessungen durchschnittener Hornhäute zog er den Schluss, dass für die optisch wichtige Mitte der Hornhaut ihre beiden Flächen als parallel oder als concentrisch gelagert anzusehen seien.

Nach Krause's Berechnungen und Messungen kommt die vordere Fläche der Hornhaut der Krümmung einer Kugel, diejenige der hinteren Fläche der Krümmung eines Rotations-Paraboloides am nächsten. Aus fünf Messungen bestimmte er den Radius der vorderen Fläche zu

3,8644 P. Lin. bis 4,9516 P. Lin.

oder im arithmetischen Mittel zu

4,2915 P. Lin.

Den Parameter der hinteren Fläche dagegen zu

5,0108 P. Lin. bis 6,1443 P. Lin.

oder im arithmetischen Mittel zu

5,7444 P. Lin.

Gegen die Krause'schen Hornhaut-Messungen lässt sich — wie gegen alle früheren — der Einwurf erheben, dass die Krümmungen im Tode und insbesondere noch an halbirten Augen selbst bei der grössten Sorgfalt wahrscheinlicher Weise nicht unerhebliche Veränderungen erleiden (9); ein Einwurf, der vielleicht nicht mit gleichem Rechte gegen seine Messung der Linsen-Krümmungen erhoben werden kann. — Dieser Umstand bringt es mit sich, dass — für die Vorderfläche der Hornhaut — diejenigen Werthe, welche aus Messungen an Lebenden gefunden worden sind, als zuverlässiger erachtet werden müssen und vor allen denjenigen den Vorzug verdienen, welche an todten und durchschnittenen, wenn auch noch so frischen, Augen gefunden wurden. Die Krause'schen Messungen sind aber — je nach der Jahreszeit — 18 bis 48 Stunden, die

der ausführlich mitgetheilten Augen 8 bis 24 Stunden nach dem Tode gemacht worden.

Die ersten Messungen der vorderen Hornhaut-Krümmung an lebenden Menschen hat R. Kohlrausch (1839) mitgetheilt. Kohlrausch berechnete die Krümmung aus der genau gemessenen Distanz der Hornhaut-Spiegelbilder zweier Lichter, und fand aus zwölf derartigen Messungen für den Hornhaut-Radius:

als grössten Werth 3,62 P. Lin.
als kleinsten Werth 3,35 P. Lin.
als arithmetisches Mittel 3,495 P. Lin.

Nach derselben Methode, aber — wie es scheint — mit noch grösserer Sorgfalt, oder mit besseren Instrumenten hat Prof. Senff in Dorpat einige Messungen vorgenommen. Volkmann, dem wir die Mittheilungen hierüber zu verdanken haben, bemerkt übrigens, dass Senff diese Messungen schon in dem J. 1838 gemacht habe (10).

Die von Senff gefundenen Werthe wolle man in den tabellarischen Uebersichten (Tab. VIII a) vergleichen. Es geht aus seinen Werthen hervor, dass die Oberfläche der vorderen Hornhaut-Krümmung nicht genau einem Rotationskörper, sondern einem Körper von drei verschiedenen Axen angehörig sei, wiewohl zwei dieser Axen nur um geringe Grössen von einander differiren. An dem gemessenen rechten Auge fand Senff noch, dass der Scheitel der Hornhautkrümmung nicht mit der optischen Axe zusammenfalle, sondern nach aussen und unten von ihrem vorderen Endpunkte gelegen war.

Nach Helmholtz entspricht die Form der Hornhaut nahehin einem Ellipsoid, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre grössere Axe erzeugt ist. Der Scheitel des Ellipsoids entspricht fast genau der Mitte der Hornhaut, weicht aber merklich von der Gesichtslinie ab, welche vom Scheitel aus nach der Nasenseite hinliegt.

Wenn Senff unter der Benennung optischer Axe dasselbe versteht, was Helmholtz mit Gesichtslinie bezeichnet, dann stimmen beide Beobachtungen in derselben Thatsache zusammen (11).

Die Krümmung der hinteren Hornhautfläche kann am lebenden Auge nicht gemessen werden, oder ist wenigstens bis jetzt am lebenden Auge noch nicht gemessen worden (12). Die einzigen Angaben, welche wir über ihre Krümmungsform besitzen, beruhen auf den Messungen von Treviranus und Krause. Wenn aber von den Krümmungshalbmessern der vorderen Hornhautfläche behauptet wurde, dass sie an durchschnittenen Augen wohl nie ganz genau zu finden sind, so gilt dasselbe auch von den Krümmungshalbmessern oder Parametern der hinteren Hornhautfläche. Da aber bei der Durchschneidung an den Dicken-Verhältnissen der Hornhaut in ihrer Mitte und am Rande nichts verändert wird, so wäre dadurch

ein Mittel gegeben, die Krümmung der hinteren Fläche zu berechnen, wenn die vordere Krümmung genau bekannt wäre.

3.

Die Dicke der Hornhaut ist eine von denjenigen Dimensionen des Auges, deren genauer Messung die geringsten Schwierigkeiten entgegenstehen. Es stimmen daher auch die Angaben der ältesten sowohl, wie der neuesten Autoren mit hinreichender Genauigkeit überein. Der einzige Einwand, welchen man noch gegen die schärfsten mikrometrischen Messungen erheben könnte, wäre der, dass vielleicht in der Leiche eine geringe Veränderung statt finden dürfte.

Nach den meisten Beobachtern wird die Mittelzahl für die Dicke der Hornhaut in ihrer Mitte zu

0,4 Lin. bis 0,5 Lin.

veranschlagt. Gegen den Rand hin nimmt ihre Dicke etwa um 0,1 Lin. bis 0,2 Lin. zu.

Bei Kindern wird die Dicke etwas grösser, nach Zinn und Petit sogar bis zu 1 Lin. ja bis $^4/_3$ Lin., angegeben, wogegen sie dann nach dem Rande zu dünner oder schmäler werden soll. — Bei Erwachsenen würde sie daher — wenn sie an beiden Seiten von gleichen aber schwächer brechenden Medien begrenzt wird — als dispansiver Meniskus, bei Kindern als kollektiver Meniskus wirken. Von besonderer Wichtigkeit sind aber die Beobachtungen, welche Helmholtz über die Dickenverhältnisse der Hornhaut gemacht hat. Mit Hülfe seines Ophthalmometers wurde von ihm die Dicke durchschnittener Hornhäute gemessen. Es ergab sich, dass die Hornhaut in den beiden mittleren Vierteln ihre Dicke fast gar nicht verändert und erst gegen den Rand hin ziemlich schnell an Dicke zunimmt. Die gefundenen Werthe waren bei einem Versuche:

in der Mitte	1,37 mm	=	0,607 P. Lin.
gleich weit von Mitte und Rand .	1,39 mm	=	0,616 „ „
am Rande	1,55 mm	=	0,687 „ „

Hiernach hält Helmholtz die Annahme für erlaubt, dass für den mittelsten Theil der Hornhaut ihre beiden Krümmungsflächen eine gegen einander concentrische Lage haben (13).

4.

Den Brechungsquotienten der menschlichen Hornhaut kannten wir bis jetzt eigentlich noch ganz und gar nicht. Es war derselbe nur einmal von Chossat und zwar nur bis auf zwei Decimalstellen gemessen worden, während seine übrigen Messungen der lichtbrechenden Medien fast alle mit drei Decimalstellen angegeben werden. Chossat bestimmt den Brechungsquotienten der menschlichen Hornhaut

= 1,33

den Brechungsquotienten des Kammerwassers dagegen

= 1,338.

Wollten wir jene erstere Zahl nicht als eine unvollständige Angabe betrachten, so würde daraus folgen, dass die Hornhaut ein schwächer brechendes Medium sei als das Kammerwasser, was allerdings sehr unwahrscheinlich ist, weil dichtere durchsichtige Medien in der Regel einen höheren Brechungsquotienten haben und das Licht stärker brechen als weniger dichte Medien.

Durch W. Krause's zahlreiche Messungen sind wir hierüber etwas genauer unterrichtet worden. Krause fand

den höchsten Index der Hornhaut

= 1,3586,

den niedrigsten Index

= 1,3447,

das Mittel aus 20 Messungen

= 1,3525.

Bemerkenswerth ist, dass in drei Fällen der Index des Kammerwassers höher gefunden wurde als derjenige der Hornhaut, woraus wohl geschlossen werden dürfte, dass beide Indices mitunter auch gleich gross sein könnten. Doch muss daran erinnert werden, dass Krause selbst seine Indexmessungen der Hornhaut für sehr unsicher ansieht, weshalb es besser sein wird, dieses Faktum vorläufig noch mit Vorsicht aufzunehmen, und dessen Bestätigung durch eine grössere Anzahl exakter Messungen abzuwarten.

5.

Die Augenkammer. — Ueber die Krümmungsoberflächen der Augenkammer bleibt nichts Specielles zu sagen: ihre vordere Krümmungsfläche ist identisch mit der Hinterfläche der Hornhaut, ihre hintere Krümmungsfläche ist identisch mit der Vorderfläche der Linse, und es gilt von beiden genau dasjenige, was wir von ersterer bereits gesagt haben und von der letzteren noch sagen werden.

Die Tiefe der Augenkammer, oder die Distanz der vorderen Linsenfläche von der hinteren Hornhautfläche, ist aber eine Dimension, die für uns — besonders in pathologischer Beziehung — von nicht geringer Wichtigkeit ist. — Die Tiefe der Augenkammer ist ohne Zweifel schon bei übrigens gesunden Augen ziemlich beträchtlichen Schwankungen unterworfen, wovon sich jeder aufmerksame Beobachter durch die einfache Betrachtung in der Profilansicht leicht überzeugen kann. Doch muss man sich hüten, aus solchen Beobachtungen allzu subtile Schlüsse zu ziehen.

Von ganz besonderer Wichtigkeit für die Bestimmung dieser Distanz sind die von Helmholtz an lebenden Augen angestellten Messungen,

denn die Messung an durchschnittenen Augen ist leider sehr unzuverlässig. Krause, dessen Urtheil hiebei vor allen Anderen von Wichtigkeit ist, scheint zwar geneigt, die Unzuverlässigkeit einigermassen in Abrede zu stellen; inzwischen gesteht er doch selbst, dass er durch unmittelbare Messung diese Entfernung nur an zwei Augen mit einiger Sicherheit habe bestimmen können. Die Entfernung betrug in dem einen dieser beiden Fälle

1,1 P. Lin.

in dem andern Falle

1,2 P. Lin.

die Entfernung der Linse von dem Mittelpunkte der Pupille wurde in dem einen Falle

= 0,1 P. Lin.

in dem andern Falle

= 0,2 P. Lin.

gefunden. Uebrigens ist Krause der Ansicht, dass die Tiefe der Augenkammer sich nach der Stelle, welche die Ciliarfortsätze im Innern des Auges einnehmen, ziemlich genau bestimmen lasse; wenigstens glaubt er, dass die also ausgemittelte Entfernung nur durch eine Veränderung der Höhe der Ciliarfortsätze während des Lebens (welche aber höchst problematisch sei) modificirt werden könne.

Wir müssen gestehen, dass wir in diesem Punkte Krause's Ansichten nicht theilen. Uns scheint es vielmehr höchst problematisch, ob es möglich sei, dass die Ciliarfortsätze, welche im Leben mit Blut angefüllt sind, in der Leiche eine gleiche Höhe wie im Leben behalten können. Es bestärkt uns hierin noch der Umstand, dass Krause constant eine sogen. hintere Augenkammer, d. h. einen Zwischenraum zwischen dem Mittelpunkte der Pupille und der Vorderfläche der Linse gefunden hat, ein Zwischenraum, dessen Nichtexistenz durch die Beobachtungen von Cramer und Helmholtz ausser allen Zweifel gesetzt ist (14).

Der Umstand, dass fast von allen Anatomen eine hintere Kammer in der Axe des Auges gefunden und angenommen worden ist, scheint uns vielmehr dafür zu sprechen, dass im Tode die Linse etwas zurückweiche und sich von der Iris entferne; vielleicht wegen der aus den Ciliarfortsätzen und aus der Aderhaut entweichenden Blutmenge. Wir glauben daher, dass selbst nach Krause's Angaben die Tiefe der Augenkammer etwas zu gross gefunden worden ist, und dass man einen richtigeren Werth derselben erhalten würde, wenn man die Tiefe der sogenannten hinteren Augenkammer in Abzug bringt, oder die Entfernung des Mittelpunktes der Pupille von der Hornhaut als Werth für die ganze Tiefe der Augenkammer annimmt. Doch müssen in Zukunft die nach Helmholtz's Methode an lebenden Augen ausgeführten Messungen der Augenkammertiefe als entscheidend gelten.

Schliesslich dürfen wir nicht unterlassen, hier noch der Petit'schen Messungen flüchtig zu gedenken, obwohl dieselben schon mehr als hundert Jahre alt sind. Petit hat mit einer ganz besonderen Sorgfalt die Dimensionen der Augenkammer zu ermitteln sich bemüht. — Er fand die Tiefe der vorderen Kammer in der Axe des Auges schwankend zwischen $^1/_2$ Lin., $^2/_3$ Lin. und 1 Lin., die Tiefe der hinteren Kammer dagegen schwankend zwischen $^1/_8$ Lin., $^1/_6$ Lin. und $^1/_4$ Lin., die ganze Tiefe der Augenkammer in der Axe beträgt nach ihm

1,25 Lin.

Die verschiedenen Werthe für die Brechungsindices der Hornhaut und des Kammerwassers wolle man in den tabellarischen Uebersichten (Tab. XI. und XII.) am Schluss dieser Abhandlung vergleichen.

6.

Die Krystalllinse. — Die Krümmungen der Linse sind nach Haller's Angabe wohl zuerst von Peirescus gemessen worden (15). Von ihm an bis auf Krause wurden dieselben ohne Zweifel immer aus den gemessenen Sinus und Sinus versus als sphärische Krümmungen berechnet. Man darf darum aber nicht glauben, es sei den älteren Beobachtern entgangen, dass die Linsenoberflächen mit den Krümmungen der Kugel nicht vollkommen congruiren. Es liesse sich leicht eine lange Reihe von Beobachtern aufzählen, welche die Linsenoberflächen als sphäroide, als parabolische, ja als hyperbolische Krümmungen betrachteten. Und richtiger wäre vielleicht die Behauptung, dass nur wenige Beobachter auf diesen Umstand nicht aufmerksam geworden seien. Krause gebührt aber das grosse Verdienst, für die elliptischen und parabolischen Krümmungen zuerst numerische Werthe der Axen und Parameter gegeben zu haben.

Nach Krause's Berechnungen ist die Vorderfläche der Linse eine Rotationsoberfläche, entstanden aus der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe; die Hinterfläche der Linse dagegen ein Rotationsparaboloid, dessen Umdrehungsaxe die Axe der Parabel ist. Streng genommen geht aus den Krause'schen Messungen aber nur hervor, dass die krumme Linie, welche die Vorderfläche der Linse auf dem Horizontaldurchschnitte beschreibt, einer Ellipse, diejenige dagegen, welche die Hinterfläche der Linse beschreibt, einer Parabel näher kommt, als jeder anderen regelmässigen Kegelschnittscurve. Um den Nachweis zu führen, dass jene beiden Oberflächen wirkliche Rotationsoberflächen sind, wäre noch nothwendig gewesen, die Curve auch im Vertikaldurchschnitte zu messen und deren Uebereinstimmung mit dem Vertikalschnitt der berechneten Rotationsoberfläche zu zeigen.

Wäre es erlaubt nach Analogien zu schliessen, so dürften vielleicht die Senff'schen Hornhautmessungen dafür sprechen, dass auch die Linsenoberflächen nicht vollkommene Rotationsoberflächen seien. Auf jeden

Fall aber ist für jenes kleine, der Pupillaröffnung entsprechende Stück der Linsenoberfläche, welches uns allein interessirt, die Abweichung von der Gestalt der Rotationsoberfläche ganz unmessbar und optisch zu vernachlässigen. Eine andere Frage ist es dagegen, ob in der Norm die elliptische Gestalt des Horizontaldurchschnittes von der sphärischen Krümmung um Grössen abweiche, die für jenes kleine Stück der Linsenoberfläche ebenfalls vernachlässigt werden könnten. Hätte Krause die Mühe sich nicht verdriessen lassen, die Coordinaten der Linsenkrümmungen sämmtlicher von ihm gemessener Augen ausführlich mitzutheilen, dann würden wir wenigstens einen Anhaltspunkt haben; in Ermangelung einer grösseren Anzahl nach ebenso exakter Methode ausgeführter Messungen, sind wir aber nicht im Stande ein Urtheil darüber auszusprechen. — Nach den bisherigen Daten ist es nicht wohl thunlich, das kleine in Betracht zu ziehende Linsenstück anders als kugelig gekrümmt vorauszusetzen.

Wenn nun nach den Halbmessern der kugeligen Linsenkrümmungen gefragt wird, so müssen vor allen anderen wiederum die Messungen von Helmholtz an den Augen Lebender als maassgebend gelten. Unter den Messungen an todten und durchschnittenen Augen verdienen dagegen die Krause'schen wegen ihrer überaus grossen Genauigkeit eine besondere Berücksichtigung. Krause gibt aber an, dass für die von ihm untersuchten Linsen, die aus den halben Durchmessern und den der vorderen und hinteren Hälfte der Linse zukommenden Theilen der Axe berechneten Radii der Krümmungen, für die vordere Linsenfläche einen Halbmesser von

2,19 P. Lin. bis 3,49 P. Lin.

und für die hintere Fläche einen Halbmesser von

2,01 P. Lin. bis 2,70 P. Lin.

ergeben haben.

Bei Neugeborenen fand Krause die vordere Fläche der Linse zwar auch elliptisch und die hintere parabolisch gekrümmt, jedoch kommen diese Krümmungen der Kugelform schon näher. Die Radien, welche sich aus seinen Angaben über die Linsen der Neugeborenen berechnen lassen, sind für die Vorderfläche der Linse:

1,7 P. Lin. bis 1,8 P. Lin.

für die Hinterfläche der Linse dagegen:

1,57 P. Lin. bis 1,7 P. Lin.

Interessant in Bezug auf die Formunterschiede der Linse in den verschiedenen Lebensepochen sind die 30 Linsenmessungen Petit's. Obwohl sich ein bestimmtes Gesetz der Veränderung daraus nicht ableiten lässt, so scheint doch die Vergleichung der gefundenen Krümmungshalbmesser zu dem Schluss zu berechtigen, dass Linsen von flacherem Bau verhältnissmässig häufig im höheren Alter vorkommen.

Während nämlich in dem Alter zwischen 55 und 65 Jahren Linsen vorkommen, deren vordere Krümmung einen Halbmesser von

4 Lin. bis 6 Lin.

und deren hintere Krümmung einen Halbmesser von

3 Lin. bis 4 Lin.

hat, beträgt in jüngeren Jahren nach Petit die vordere Linsenkrümmung verhältnissmässig selten mehr als

3 Lin.

die hintere Linsenkrümmung selten mehr als

2,5 Lin.

im Halbmesser.

Doch darf hiebei nicht übersehen werden, dass die Petit'schen Krümmungsmessungen nicht eben als besonders genau anzusehen sind, und dass das Alter nur nach dem Aussehen der Leiche annähernd taxirt wurde.

Aus den in den tabellarischen Uebersichten mitgetheilten Werthen geht zur Genüge hervor, dass die Linsenkrümmungen zahlreichen individuellen und Altersverschiedenheiten unterworfen sind, ohne dass man berechtigt wäre, solche Verschiedenheiten als anomal, oder als krankhaft zu bezeichnen. Hieraus geht dann weiterhin hervor, dass die Aufstellung mittlerer Werthe für die Berechnung eines sogenannten mittleren Auges oder einer mittleren Krystall-Linse rein unmöglich genannt werden muss. Es bleibt zu diesem Zwecke nichts anderes übrig, als beispielsweise innerhalb der gefundenen Grenzwerthe den einen oder den anderen zu wählen, oder — was uns richtiger scheint — sich an die möglichst genau gemessenen Brennweiten der Linse zu halten.

Dergleichen Messungen sind aber erst in jüngster Zeit mit hinreichender Genauigkeit ausgeführt worden.

Hiezu kommt noch, dass nach den jetzigen Erfahrungen die vordere Linsenkrümmung in ein und demselben Auge durchaus nicht eine constante, sondern eine zum Behuf der Accommodation sehr variable Grösse ist, wonach denn die Schwankungen in der Länge dieses Halbmessers noch weit beträchtlicher werden, als sie den gemessenen Werthen zufolge bereits gefunden wurden. Da in todten Augen die den Krümmungshalbmesser verkürzende Druckkraft der Irismuskeln aufhört, so ist noch zu bemerken, dass nach der Cramer'schen Accommodationstheorie die an todten und durchschnittenen Augen gefundenen Krümmungshalbmesser immer als Maximumwerthe angesehen werden müssten, und dass für die Berechnung eines accommodativ eingestellten Auges unter allen Umständen ein etwas kürzerer Werth anzunehmen wäre. Doch muss hinzugefügt werden, dass gerade das Gegentheil stattfindet, wenn die Helmholtz'sche Hypothese sich bestätigt, wonach die Dicke der Linse verringert und ihre Krümmungen abgeflacht werden durch einen Zug, welchen der Ciliarapparat im Leben

auf den Rand der Linse ausüben soll. Ist diese Vermuthung richtig, dann müssen die sämmtlichen an todten Augen bemessenen Krümmungsradien gerade umgekehrt als zu klein angesehen werden und verlieren dadurch allen Werth als Voraussetzungen optischer Berechnungen.

7.

Ebenso grossen individuellen Schwankungen wie die Linsenkrümmungen unterliegt auch die Axe der Linse, oder ihre Dicke.

Nach den uns vorliegenden Messungen beträgt sie in den meisten Fällen etwas Weniges mehr als 2 Lin.; indessen kommen Fälle genug vor, in denen sie kleiner als 2 Lin. gefunden wurde. In selteneren Fällen erreicht sie aber andererseits auch eine Dicke von 3 Lin., ja selbst 3,1 Lin.

Helmholtz fand bei seinen Messungen an Lebenden die Dicke der Linse im Allgemeinen etwas kleiner. Die Werthe, welche er gefunden hat, sind folgende:

3,414 mm. = 1,513 P. Lin.
3,801 mm. = 1,685 „ „
3,555 mm. = 1,576 „ „

Da aber die Messungsmethoden, aus welchen diese Resultate gewonnen wurden, einen Fehler von 0,5 mm. nicht zulassen, so glaubt Helmholtz hieraus schliessen zu dürfen, dass sich die Dicke der Linse nach dem Tode vergrössere. Es ist dies in der That eine sehr merkwürdige und wegen der veränderten Spannungs- und Druckverhältnisse durchaus plausible Hypothese, zu deren Feststellung aber doch wohl noch eine grössere Zahl ähnlicher Messungen erforderlich ist. Auch verdient mit Bezug hierauf die Bemerkung S. Th. Sömmering's vielleicht einige Beachtung, welcher — indem er Zinn berichtigt — die Versicherung ausspricht, dass er selbst niemals eine Linse von 2 Lin., geschweige denn von 3 Lin. Dicke gesehen habe (14).

Bei Neugebornen fand Krause die Axe der Linse ziemlich beständig gleich

2,0 Lin. bis 2,1 Lin.

während S. Th. Sömmering sie beim neugeborenen Kinde nur zu 1,9 Lin. angibt.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist ein Verhältniss, welches wir bisher noch unerwähnt gelassen haben, welches aber für die dioptrische Wirkung der ganzen Linse von der grössten Bedeutung ist.

Die Linse besteht nämlich aus einem Kern und aus einer umgebenden sogenannten Corticalschichte, welche beide wieder von verschiedener Krümmung, von verschiedener Dicke oder Mächtigkeit und von verschiedenen Brechungskräften sind. Bei Linsen, die in Weingeist erhärtet wurden, tritt diese Differenz deutlich hervor; ja es zeigt sich mitunter sogar

noch zwischen der Kern- und der Cortikalschichte eine dritte Lage, welche von Krause mit dem Namen äussere Kernschicht bezeichnet wurde, und von welcher gleichfalls eine Verschiedenartigkeit der optischen Eigenschaften nachgewiesen werden kann.

Die Linse tritt mithin aus der Reihe homogener dioptrischer Mittel heraus, und bildet für sich allein schon ein zusammengesetztes dioptrisches System, zu dessen Berechnung selbst wieder die genaue Kenntniss der drei Reihen von Voraussetzungen (Krümmungen, Dicken und Brechungsquotienten) gegeben und bekannt sein müsste.

Am genauesten bekannt sind die Brechungskräfte der drei verschiedenen Schichten, weniger oder fast gar nicht bekannt und überdies noch äusserst variabel sind die Dicken der einzelnen Schichten und ihre Krümmungen.

Krause, dessen Angaben auch in diesem Punkte am genauesten und zuverlässigsten sind, sagt, dass er diese Verhältnisse in den Augen verschiedener Menschen, und selbst in den beiden Augen ein und desselben Individuums so verschieden gefunden habe, dass sich darüber nur wenig Allgemeines angeben lasse. Die Axe des innersten Kernes pflege bei Erwachsenen

0,6 Lin. bis 0,9 Lin.

zu betragen. Der Kern ähnele meistens einer bikonvexen Linse, deren hintere Fläche stärker als die vordere gekrümmt sei; ob aber die Krümmung dieser Flächen noch genauer den Krümmungsflächen der ganzen Linse entspreche, könne nicht wohl ermittelt werden, weil die Grenzen des Kernes sich nicht scharf genug von den ihn umgebenden Schichten unterscheiden, um eine schärfere Messung zuzulassen. — Zuweilen soll der Kern die Gestalt einer plankonvexen Linse, höchst selten die Gestalt eines Meniskus haben. Gewöhnlich soll er ganz oder fast ganz in der hinteren Hälfte der Linse liegen und meistens von einer Schicht von etwas geringerer Festigkeit (äussere Kernschicht) umgeben sein, welche in Weingeist opak und gelblich wird und sich von den äusseren und weicheren weissen Schichten hinlänglich unterscheidet. Die äussere Kernschicht ist gewöhnlich vor und hinter dem Kern von gleicher Dicke, nämlich:

0,2 Lin. bis 0,5 Lin.

Der äussere Theil der Linse soll nach Krause wiederum aus verschiedenen Schichten von grösserer oder geringerer Festigkeit bestehen, welche zusammengenommen vor den beiden Kernschichten

0,2 Lin. bis 0,9 Lin.

hinter den beiden Kernschichten dagegen gewöhnlich nur

0,2 Lin.

betragen.

Es darf übrigens nicht übersehen werden, dass alle diese Dimensionen nur an solchen Präparaten gefunden wurden, welche zuvor in Wein-

geist erhärtet waren, da auf dem Durchschnitte frischer Linsen kaum der eigentliche Kern sich deutlich unterscheidet.

Beim neugeborenen Kinde, sagt Krause weiter, nehmen die äusseren weicheren Schichten einen verhältnissmässig geringeren Raum ein. Sie haben nur eine Dicke von

0,2 Lin. bis 0,3 Lin.

Die äussere Kernschicht ist dagegen dicker; sie beträgt

1,5 Lin. bis 1,6 Lin.

In derselben liegt zuweilen, aber nicht immer, noch ein wirklicher innerster Kern, welcher in Weingeist halbdurchsichtig und bernsteinfarbig wird und bedeutend härter ist als die übrigen Schichten der Linse. Er misst etwa

0,5 Lin.

in der Axe. Einmal fand ihn Krause genau im Mittelpunkt der Linse.

8.

Wir haben bereits angedeutet, dass für die verschiedenen Linsenschichten auch verschiedene Brechungsindices bemessen worden seien und dass darum die Linse selbst als ein zusammengesetztes dioptrisches System betrachtet und berechnet werden müsse.

Wenn daher von einem Totalindex der Linsensubstanz gesprochen wird, so kann damit immer nur ein fiktiver Werth, nämlich derjenige Brechungswerth zu verstehen sein, welchen die als gleichartig vorausgesetzte Linsensubstanz haben müsste, wenn gleichzeitig ihre äussere Form und ihre Wirksamkeit, d. h. die Lage der Haupt- und Brennpunkte mit denjenigen einer wirklichen, aber ungleichartig zusammengesetzten geschichteten Linse congruiren sollten.

Schon Listing und Senff und neuerdings auch Helmholtz (17) haben nachgewiesen, dass zufolge der durch Messung gefundenen, von der Peripherie gegen das Centrum zunehmenden Brechkraft der Linse ihr totaler Brechungsindex noch höher angenommen werden muss, als selbst der (höchste) Brechungsquotient der Kernschicht. Es findet sich nämlich durch Rechnung, dass die Linse vermöge ihres geschichteten, gegen das Centrum an Brechkraft zunehmenden Baues eine kürzere Brennweite haben muss, als eine Linse von gleicher Form, aber gleichartiger Substanz, selbst wenn der Brechungsindex dieser letzteren dem Brechungsindex der Kernsubstanz der ersteren gleichgesetzt worden wäre.

Der totale Brechungsindex der Linsensubstanz, in dem eben angegebenen Sinne verstanden, wurde nun von verschiedenen Autoren auf verschiedene Weise ermittelt, und es sind für denselben sehr verschiedene Werthe aufgefunden worden. — Die älteren Werthe dieser Bestimmungen finden sich in der Tabelle X.; unter den späteren Messungen haben sich die

von Brewster und von Chossat gefundenen Werthe als die zuverlässigsten und genauesten bis auf die Gegenwart erhalten.

In neuerer Zeit aber sind diese Angaben noch durch die zahlreichen W. Krause'schen Messungen bereichert worden.

Folgendes ist eine Zusammenstellung der von den genannten Beobachtern gefundenen Zahlen.

	Brewster.	Chossat.	W. Krause. (im Durchschnitt)
Aeussere Linsenschicht.	1,3767.	1,338.	1,4071.
Mittlere Schicht, oder äussere Kernschicht.	1,3786.	1,395.	1,4319.
Innere Kernschicht . .	1,3990.	1,420.	1,4564.

Als totaler Brechungsindex der ganzen Linse wurde gefunden:

von Brewster 1,3839.
von Th. Young 1,4385.

wobei jedoch zu bemerken bleibt, dass, bei Brewster wenigstens, die Krümmungsoberflächen der Linse nicht mit berücksichtigt, oder richtiger ausgedrückt, dass sie als plane Flächen in Rechnung gebracht sind. — Wenn aber die Linse selbst schon als ein zusammengesetztes dioptrisches System betrachtet werden muss, dann ist dieses Verfahren nicht richtig, was aus den Gesetzen des vorigen Abschnittes (Abschn. I. 14) hervorgeht. Man kann zwar — wiewohl nicht in voller Strenge — ein aus verschiedenen Mitteln zusammengesetztes dioptrisches System als ein homogenes nur von der ersten und letzten Trennungsfläche begrenztes Mittel betrachten, dessen fiktiver Brechungsindex erst berechnet werden muss; man kann aber nun nicht weiter rechnen mit dem gefundenen Index, so dass der Effekt einer veränderten Krümmung der ersten oder der letzten Trennungsoberfläche des ganzen Systems mit Hülfe dieses fiktiven Index unmittelbar gefunden werden könnte. Eine jede Veränderung in der Krümmung der ersten und letzten Trennungsfläche würde vielmehr einen anderen fiktiven Werth für den Brechungsindex bedingen, wenn man — in der angedeuteten Weise — das ganze System auf eine einzige homogene Linse zurückführen wollte.

Was hier von der Krystall-Linse im Ganzen genommen gesagt worden ist, kann aber auch noch in Bezug auf deren einzelne Schichten geltend gemacht werden. Die einzelnen Schichten der Linse grenzen sich zwar — nach Behandlung mit Weingeist — leidlich scharf gegeneinander ab; wollte man nun annehmen, dass einer jeden dieser Schichten ein besonderer und bestimmter Brechungsindex zukomme, dann würde der Weg eines durch die Linse hindurchgehenden Lichtstrahls innerhalb der Linse eine gebrochene, aus fünf sehr kleinen Geraden zusammengesetzte Linie vorstellen. Es ist indessen nicht sehr wahrscheinlich, dass sich die Sache so verhalte. Weit wahrscheinlicher ist es, dass der Brechungsindex der

Linsensubstanz allmählig gegen das Centrum hin zunehme, oder dass jede einzelne der drei Schichten selbst wieder aus einer grossen Anzahl verschwindend kleiner Schichten bestehe, deren jede einen um so höheren Brechungsindex hat, je näher sie dem innersten Kernpunkt der Linse gelegen ist. Direct beobachtet ist ein solches Verhalten an verschiedenen Thierlinsen (18). Wäre dies auch bei der menschlichen Linse der Fall, dann würde der Weg eines Lichtstrahls innerhalb der Linse nun nicht mehr durch eine viermal gebrochene, sondern durch eine unzählbar oft gebrochene und mithin aus unzählbar vielen verschwindend kleinen Geraden zusammengesetzte Linie vorgestellt werden, welche füglich als eine krumme Trajektorie angesehen werden kann. Hiebei bleibt es übrigens unbenommen, an denjenigen Stellen, welche sich besonders deutlich als Grenzen der einzelnen Hauptschichten markiren, auch eine bedeutendere Differenz oder eine gleichsam sprungweise Zunahme des Brechungsindex vorauszusetzen, wodurch das Gesagte im Wesentlichen keine Veränderung erleidet. Unter dieser Voraussetzung ist aber klar, dass bei der Messung des Brechungsquotienten einer jeden einzelnen Linsenschicht, streng genommen, immer nur ein Stück jener krummen Trajektorie gemessen und als die den Brechungsindex normirende Richtung angesehen wird. Hieraus geht fernerhin hervor, dass je nach der Dicke der gemessenen Linsenschichte ein anderer und anderer Werth für den Brechungsindex gefunden werden müsste, vorausgesetzt dass die Differenz gross genug ist, um bei der Messung mit Sicherheit bemerkbar zu werden.

Dieser Umstand ist aber von den genannten Autoren unberücksichtigt geblieben.

Das einzige vollkommen richtige Verfahren, den imaginären totalen Brechungsindex der Linse zu finden ist das von Helmholtz eingeschlagene, wonach dieser Brechungsindex aus der genau gemessenen Brennweite und aus der Form der Linse (ihren Krümmungen und ihrer Dicke) berechnet wird.

Die Brennweiten der beiden von ihm gemessenen Linsen betrugen

bei der einen $\varphi = 24,002.$
bei der andern $= 21,028.$

Daraus berechnete er den totalen imaginären Index

der ersten Linse $n = 1,4519.$
der zweiten Linse $= 1,4414.$

Obwohl man immer noch den Einwand erheben kann, dass vielleicht die Krümmungen und Dicken der Linsen im Leben und in der Leiche von einander verschiedene Werthe haben, so würde doch eine grössere Auswahl genau gemessener Linsenbrennweiten in mancher Beziehung interessant und lehrreich sein können.

9.

Der Glaskörper. — Die vordere Krümmung des Glaskörpers ist offenbar wieder identisch mit der hinteren Krümmungsoberfläche der Linse; ob aber die hintere Krümmung desselben noch eine besondere Beachtung verdiene, ist uns in der That einigermaassen zweifelhaft. Treviranus scheint dieser Ansicht zu sein, indem er der Petit'schen Arbeit den Vorwurf macht, dass sie deshalb unvollständig geblieben sei, weil Petit auf die Entfernung der Linse von der Netzhaut und auf den Halbmesser der Krümmung des Glaskörpers nicht Rücksicht genommen habe.

In dioptrischer Beziehung kommt die hintere Krümmung des Glaskörpers nicht mehr in Betracht; es sei denn, dass man noch eine endliche Brechung an der Trennungsstelle zwischen Glaskörper und Netzhaut statuiren wolle. Wir begnügen uns indess mit der bisherigen Annahme, dass ein scharf gesehenes Bild unmittelbar an dieser Trennungsstelle seinen Platz haben müsse. Ist dieses der Fall, dann könnte aber möglicherweise noch eine andere Frage von Wichtigkeit werden. Es liegen nämlich die optischen Bilder von Gegenständen der Aussenwelt nicht immer genau in einer planen Ebene, sie haben vielmehr eine von der sogenannten sphärischen Aberration eines dioptrischen Systems abhängige Krümmung. Es würde daher die Frage aufgeworfen werden können, ob in dem menschlichen Auge der Krümmungshalbmesser des Bildes mit dem Krümmungshalbmesser der Hinterfläche des Glaskörpers oder — was dasselbe sagen will — der Innenfläche der Netzhaut genau übereinstimmt. Diese Frage wird überall, wo es sich um Bilder von grösseren Dimensionen handelt, von hoher Bedeutung sein.

Nach den von uns mitgetheilten Gauss'schen Formeln kann der Krümmungshalbmesser des Bildes nicht gefunden werden, weil diesen zu Folge ein planes Objekt allemal auch ein planes Bild gibt. Unsere Gauss'schen Formeln haben aber, wie man sich erinnern wird, nur Geltung für den Fall einer sehr geringen Neigung der einfallenden Strahlen gegen die Axe des Systems, das heisst mit andern Worten, für ausserordentlich weit entfernte Gegenstände, wenn dieselben gross sind, oder für ausserordentlich kleine Gegenstände, wenn dieselben sich in grosser Nähe befinden; im letzteren Falle überdies noch für kleine Oeffnungen der einzelnen Elemente des Systems. Beide Fälle besagen aber nichts Anderes, als dass auch das endliche Bild entweder ausserordentlich klein sein, oder in ausserordentlich grosser scheinbarer Entfernung sich befinden müsse, woraus für beide Fälle die geringe Bedeutung einer etwaigen Krümmung des Bildes ersichtlich wird.

Machen wir hievon die Anwendung auf das menschliche Auge, dann würde zunächst danach gefragt werden müssen, wie gross an der Innenfläche der Netzhaut das Maximum der Ausdehnung eines in allen seinen Theilen noch vollkommen scharf und deutlich wahrnehmbaren Bildes sei.

Nach unseren Versuchen ergibt sich diese Ausdehnung in der That als ausserordentlich klein. Wir fanden, dass der das scharfe centrale Sehen einschliessende Gesichtswinkel (wobei z. B. noch Buchstaben mit Sicherheit erkennbar blieben) kaum mehr als einen Grad betrage, woraus sich ergibt, dass das Maximum einer bei unveränderter Augenstellung in allen seinen Theilen vollkommen deutlich erkennbaren Bildgrösse auf der Innenfläche der Netzhaut nicht viel grösser sein kann als:

0,1 Lin.

Für dieses ungemein kleine Areal kann aber füglich nicht mehr von einem Krümmungshalbmesser des Bildes gesprochen werden und wollte man noch davon sprechen, so würde auf jeden Fall die Messung eines so ausserordentlich kleinen Bogens rein unmöglich, die Messung eines grösseren Bogens aber ohne Bedeutung sein. Letzteres besonders aus dem Grunde, weil die Netzhaut nach den Beobachtungen der zuverlässigsten Autoren unmittelbar am gelben Fleck eine von ihrer übrigen Wölbung etwas verschiedene Krümmung hat.

Die farblose und fast vollkommen durchsichtige Stelle in der Mitte des gelben Fleckes — sagt Heinr. Müller (19) — ist in normalen Augen sicherlich nicht eine Lücke (foramen centrale), sondern nur eine dünnere Stelle, wie dies bereits von anderen Autoren angegeben worden ist. Durch die Verdünnung der Retina entsteht eine Grube (fovea centralis). An gut gerathenen senkrechten Durchschnitten ist dieselbe mit Bestimmtheit zu erkennen. Die Grösse dieses Grübchens ist:

nach Michaelis = 0,1 bis 0,2 Lin.

nach Kölliker = 0,08 bis 0,1 Lin.

Die Tiefe der Grube ist aber schwer zu beurtheilen.

Aus den angeführten Gründen scheint uns die Bestimmung der hinteren Glaskörperkrümmung von keinem Belang zu sein; doch wollen wir der Vollständigkeit wegen noch anführen, dass Krause dieselbe als ellipsoide Krümmung bestimmte, deren grosse Halbaxe ziemlich constant

5 Lin.

die kleine Halbaxe etwas weniger constant

4,1 Lin. bis 4,6 Lin.

betrug.

Treviranus, der diese Krümmung als Kugeloberfläche berechnete, fand noch verschiedenartigere Werthe, nämlich:

5,1 Lin. bis 7,3 Lin.

10.

Die Axenlänge des Glaskörpers ist eine der wichtigsten, wenn nicht die allerwichtigste Dimension des menschlichen Auges. Von ihr hängt

vielleicht in den meisten Fällen die angeborene Kurzsichtigkeit oder Weitsichtigkeit des Auges ab. Wollte man dieses auch noch nicht ohne Weiteres einräumen, so wird man doch soviel zuzugeben genöthigt sein, dass bei übrigens unveränderten Werthen der Voraussetzungen eine geringe Veränderung der Glaskörperaxe weit beträchtlichere Verschiedenheiten in Bezug auf die Adaption des Auges bedingt, als die Veränderung irgend einer anderen Dickendimension der sämmtlichen übrigen Medien.

Die Messung der Länge der Glaskörperaxe ist an dem lebendigen Auge nicht leicht ausführbar, und gegen die Möglichkeit einer genauen Messung an todten und durchschnittenen Augen lässt sich der Einwurf nicht abweisen, dass mit dem Aufhören des Lebens auch die Spannung des Bulbus aufhört, wodurch eine unveränderte Beibehaltung seiner Form kaum anders als unmöglich erscheint. Die Tiefe der Augenkammer und die Axe des Glaskörpers werden aber diejenigen Dimensionen sein, welche am meisten darunter leiden. Unter der Voraussetzung eines proportionalen Antheils an dieser Veränderung würde letztere sogar, da sie etwa um das fünffache länger ist, auch einer fünfmal grösseren Veränderung unterliegen müssen.

Die Länge der Glaskörperaxe ist aber auch diejenige Dimension, welche den grössten individuellen Schwankungen unterworfen ist. Krause fand sie variirend von

4,8 P. Lin. bis 6,8 P. Lin.

Hieraus geht jedoch noch nicht hervor, dass jedes Auge von kurzer Glaskörperaxe weitsichtig und jedes von langer Glaskörperaxe kurzsichtig sein müsse. Die Brennweite der Linse und ihre Dicke treten hier noch als Regulator dazwischen. Von jenem Auge mit kürzester Glaskörperaxe (4,8 Lin.), welches Krause gemessen, hat er wenigstens nachträglich noch so viel in Erfahrung bringen können, dass die fünfzigjährige Frau, welcher es angehörte, mit guten Sehkräften begabt gewesen und sich einer Brille bei ihrer Arbeit nicht bedient habe.

Bei den von Treviranus gemessenen Augen betrug die Länge der Glaskörperaxe

5,6 P. Lin. bis 7. P. Lin.

11.

Wir wollen schliesslich noch kurz erwähnen, dass Chossat auch den Versuch gemacht hat, die Brechungsindices der Glashäute des Auges zu bestimmen. Er hat den Brechungsindex der Descemet'schen Haut an einem Elephanten- und einem Ochsenauge, die Linsenkapsel an einem menschlichen und an mehreren Thieraugen gemessen und endlich auch den Brechungsindex des Epithelialblättchens der Hornhaut für das Auge eines Truthahns und eines Karpfens bestimmt; indessen scheint die grosse Schwierigkeit einer Messung so zarter Substanzen auch eine grosse Un-

sicherheit der Zahlen zu bedingen. Ein Theil dieser Brechungsindices wird nämlich nur mit zwei Decimalstellen angegeben, während alle übrigen Indices drei Stellen haben. Wir dürfen daraus wohl schliessen, dass die Bestimmung der dritten Decimale nicht mehr hinreichend sicher gewesen sei. Auch spricht hiefür noch eine Bemerkung W. Krause's, welcher gesteht, dass es ihm nicht habe gelingen wollen, den Brechungsindex der Linsenkapsel zu bestimmen.

Chossat fand den Brechungsindex der menschlichen Linsenkapsel:

$= 1,35.$

Wir wollen übrigens bemerken, dass eine genauere Bestimmung der Brechung in dem Epithelialblättchen der menschlichen Hornhaut durchaus nicht ohne Wichtigkeit wäre. An der ersten Grenzfläche des menschlichen Auges ist die Differenz der Brechungsquotienten jedenfalls am grössten, und es würde daher, falls der Brechungsquotient des Epithelialblättchens um eine merkliche Grösse von dem Brechungsquotienten der Hornhaut selbst unterschieden wäre, auch eine merklich andere Brechung in den übrigen Medien des Auges die Folge davon sein müssen.

Der Brechungsindex der membr. hyaloidea, deren genaue Isolirung vom anhängenden Glaskörper zu schwierig war, wurde nicht gemessen. Chossat hat aber durch ein sehr genaues von Cauchoix bestätigtes Experiment nachgewiesen, dass der Glaskörper verhältnissmässig wenig Licht durchlasse, und hat gefunden, dass die Ursache dieser Erscheinung in den zarten Lamellen der hyaloidea, welche das Innere des Glaskörpers durchziehen, gesucht werden müsse. Er erklärt nämlich diese Erscheinung durch eine geringe Differenz in dem Brechungsindex der durchziehenden Lamellen und der eigentlichen Substanz des Glaskörpers; doch ist er nicht der Meinung, dass der geringere Grad von Durchsichtigkeit auch im lebenden Auge statt finde. Wahrscheinlicher ist es allerdings, dass der Contakt mit der athmosphärischen Luft die Brechungsindices um ein Geringes verändere, und zwar die Indices verschiedener Substanzen in verschiedenem Grade.

12.

Wir geben nachstehend noch in zwei tabellarischen Uebersichten diejenigen Werthe, welche für unsern Zweck von besonderer Wichtigkeit sind nach den Angaben derjenigen Autoren, welche die zahlreichsten und besten Messungen gemacht haben, indem wir eine Nachlese auf die im Anhange mitgetheilten Tabellen versparen.

Die Bezeichnung der Vertikalkolumnen ist mit der in dem ersten Abschnitte gewählten Bezeichnung übereinstimmend, so dass deren Bedeutung aus dem dort Gesagten bereits verständlich sein kann. Um aber Irrungen vorzubeugen, wollen wir die bestimmte Bedeutung jener Bezeichnungsweise für unsere Tabellen noch ausführlich angeben:

Tabelle I.

$N' - N^0$ Dicke der Hornhaut in ihrer Mitte.
$N'' - N'$ Tiefe der Augenkammer.
$N'' - N^0$ Entfernung der Vorderfläche der Linse von der Vorderfläche der Hornhaut.
$N^* - N''$ Axe der Linse.
$R^* - N^*$ Axe des Glaskörpers.
$R^* - N'$ Innere Augenaxe.
$S - N^0$ Aeussere Augenaxe.
$R^* - N^0$ Entfernung der Vorderfläche der Hornhaut von der inwendigen Fläche der Netzhaut.

Die fortlaufenden Nummern in der ersten Spalte beziehen sich auf die von den Autoren gemessenen Augen in der jedesmaligen gegebenen Reihenfolge. Die Nummern, welche durch eine Klammer verbunden sind, beziehen sich auf die beiden Augen ein und desselben Individuums. Das Auge Nr. 1 bei Krause ist das erste der in Meckel's Archiv Bd. 6 mitgetheilten beiden Augen. Das Auge Nr. 2 ist das zweite ebendaselbst; dann zum zweiten Male in Poggendorf's Annalen Bd. 31 für sich allein und endlich nach vorgenommenen Correktionsrechnungen in Poggendorf's Annalen Bd. 39 zum dritten Mal mitgetheilte Auge. An diesem letzteren Orte figurirt es als erstes unter den daselbst zusammengestellten acht Augen, deren fortlaufende Nummern mit unseren von Nr. 2 an gezählten Augen correspondiren. Diese Bemerkung gilt auch noch für die nächstfolgende Tabelle. Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen wurden als Summen der gemessenen Werthe, aus denen sie zusammengesetzt sind, von uns hinzugefügt.

Tabelle II.

In dieser zweiten Tabelle haben wir anstatt der Krause'schen Parameter und Halbaxen für Krümmungen zweiter Ordnung, die Halbmesser der entsprechenden Berührungskreise angegeben.

Es ist demnach:
r^0 Der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Hornhaut.
r' Der Krümmungshalbmesser der Hinterfläche der Hornhaut.
r'' Der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Linse.
r^* Der (negativ zunehmende) Krümmungshalbmesser der Hinterfläche der Linse.

Die Brechungsquotienten der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges möge man aus den Schluss-Tabellen entnehmen.

Tabelle I.

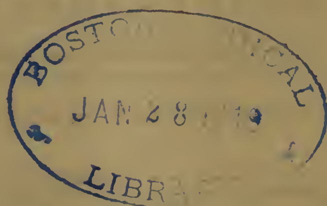
Dimensionen der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

	Nr.	N′ — N⁰	N″ — N′	N″ — N⁰	N* — N″	R* — N*	R* — N′	S — N⁰	R* — N⁰
Helmholtz	1			1,784	1,513				
	2			1,594	1,685				
	3			1,657	1,576				
Krause	1	0,5	1,1	(1,6)	3,1	4,8	9	10,2	(9,5)
	2	0,4	1,2	(1,6)	2	6,65	9,85	10,9	(10,25)
	3	0,35	1,35	(1,7)	1,9	6,8	10	11,05	(10,35)
	4	0,4	1,25	(1,65)	2,4	6,1	9,8	10,7	(10,2)
	5	0,4	1,35	(1,75)	2,2	5,9	9,5	10,5	(9,9)
	6	0,5	1,25	(1,75)	1,85	6,4	9,55	10,8	(10,05)
	7	0,48	1,2	(1,68)	2,35	6,0	9,55	10,8	(10,03)
	8	0 53	1	(1,53)	1,8	6,65	9,4	10,65	(9,93)
	9	0,5	1	(1,5)	1,85	6,55	9,45	10,65	(9,95)
Treviranus	1	0,3	1,1	(1,4)	2,2	5,6	9,0	9,7	(9,3)
	2	0,4	1,1	(1,5)	1,8	6,0	9,1	10,5	(9,5)
	3	0,54	0,89	(1,43)	2,1	7,0	10,3	11,0	(10,84)
Tiedemann	1				1,75			11,0	
	2				2,5	5,5		10,0	
	3							10,5	
Sömmering	1		1,3		1,6	6,2		10,0	

Tabelle II.

Krümmungsradien der Trennungsoberflächen des menschlichen Auges.

	Nr.	r^0	r'	r''	r^*
Helmholtz	1	3,253		5,275	2,584
	2	3,389		3,901	2,274
	3	3,615		4,610	2,380
Krause	1	4,0515	2,8183	2,4970	1,6040
	2	4,38	3,07	4,42	2,245
	3	4,12	2,775	4,40	2,495
	4	3,67	2,64	3,51	2,495
	5	3,91	3,11	3,82	2,255
	6	3,84	3,09	4,96	2,415
	7	3,78	2,795	3,88	2,265
	8	3,86	2,77	4,34	2,045
	9	3,72	2,155	4,25	1,895
Treviranus	1	3,4	2,8	2,6	2,0
	2	3,6	3,58	3,0	2,2
	3	3,4	3,1	2,6	2,08
Tiedemann	1	2,65		3,04	2,5
	2	3,12		2,5	2,1
	3	3,27			
Sömmering	1	3,3		4,2	2,4



III.

Brechung des Lichtes in dem normalen menschlichen Auge.

1.

Es soll nun versucht werden, auf Grund der in dem vorigen Abschnitte mitgetheilten Messungswerthe einige Anwendung der dioptrischen Gesetze auf das menschliche Auge zu machen. Zuvor werden aber ein paar allgemeine Bemerkungen nicht überflüssig sein.

Mit der Aufgabe ein sogen. mittleres oder schematisches Auge zu berechnen haben sich verschiedene Autoren mit mehr oder minder glücklichem Erfolge beschäftigt (20). Die gelungenste Arbeit dieser Art ist unstreitig die bekannte, ausgezeichnete Abhandlung des Prof. Listing in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie Bd. IV. Listing hat mit grosser Geschicklichkeit und mit vielem Glück die Krümmungen, Dimensionen und Brechungsverhältnisse des menschlichen Auges durch ungemein einfache und mit den neuesten Messungen im Allgemeinen sehr gut übereinstimmende Zahlen auszudrücken gewusst, und hat auf Grund dieser Zahlen und mit Hülfe der Gauss'schen Formeln eine Berechnung der optischen Cardinalpunkte des menschlichen Auges gegeben, welche wenig zu wünschen übrig lässt. Er selbst räumt aber ein, „dass die bisher gewonnenen Messungen so grosse individuelle Verschiedenheiten zeigen, dass die Feststellung eines mittleren Auges fast illusorisch und die schon mehrfach gemachte Bemerkung gerechtfertigt werde, wonach eigentlich ein jedes Auge für sich betrachtet werden müsse."

Obwohl nun die genaue Bemessung aller dioptrischen Voraussetzungen eines individuellen Auges bis jetzt noch immer unausführbar geblieben, so ist doch von Helmholtz durch die Erfindung des Augenspiegels und durch seine Messungsmethode der Krümmungen und Dimensionen des lebenden Auges eine Anregung ausgegangen, welche

auf dem Gebiete der Ophthalmologie ein genaueres Studium der Dioptrik des Auges zur unabweisbaren Bedingung macht.

Dieses Studium möglichst zu erleichtern ist der Zweck des vorliegenden Abschnittes. Es soll darin an einzelnen Beispielen gezeigt werden, wie solche Rechnungen auszuführen seien, ohne dass darum die gerechneten Beispiele oder deren Resultate auf eine allgemeine, autoritative Gültigkeit Anspruch machen.

Im Vergleich mit der Listing'schen Arbeit werden die Erörterungen dieses Abschnittes sich vorzugsweise in zwei Punkten unterscheiden. Listing hat, wie soeben bemerkt wurde, ein besonderes Gewicht darauf gelegt, möglichst einfache, dem Gedächtniss sich leicht einprägende Zahlen als Rechnungsvorlagen zu erhalten. Ist aber ein solches Verfahren erlaubt — und dagegen wird wohl Niemand einen gegründeten Einwurf erheben können — dann muss es auch erlaubt sein, diese Zahlen, wenn gleich weniger einfach, doch so zu wählen, dass die Werthe des Endresultates in möglichst einfacher Form aus der Rechnung hervorgehen; wobei sich allerdings von selbst versteht, dass die Zahlen, welche als Voraussetzung der Rechnung benutzt wurden, sich von den mittleren Zahlen gemessener Werthe nicht weit entfernen dürfen. Dies ist es, worauf wir eine besondere Aufmerksamkeit verwandt haben, und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, um für weitere praktische Anwendungen leicht und bequem verwendbare Zahlen zu gewinnen.

Ein anderer Unterschied besteht darin, dass wir das Auge nicht nach fortlaufenden Trennungsflächen berechnet, sondern in zwei optische Elemente zerlegt haben, wodurch nicht allein die Rechnung erleichtert, sondern auch zu einigen Zwischenbetrachtungen Gelegenheit gegeben wird, ohne dass von der Schärfe der mathematischen Behandlung etwas aufgeopfert würde. Zugleich hat diese Methode noch den Vorzug, etwaige Veränderungen einzelner Daten mit grösserer Leichtigkeit zuzulassen.

Wir betrachten demnach zuerst die Hornhaut in Verbindung mit dem Kammerwasser als erstes Element und dann, als zweites Element die Krystall-Linse, umgeben einerseits von dem Kammerwasser, andererseits von der Glaskörperflüssigkeit.

Die Zahlen, deren wir uns in diesem Abschnitte bedienen werden, sollen — wenn nicht etwas Anderes ausdrücklich darüber bemerkt wird — im Allgemeinen immer Pariser Linien bedeuten; wir wollen aber die nähere Bezeichnung überall weglassen, woraus nach dieser Erklärung ein Irrthum oder ein Zweifel nicht mehr hervorgehen kann.

2.

Die Hornhaut. Unter den Zahlenwerthen, welche für die Hornhaut angegeben wurden, wählen wir beispielsweise:

ihre Dicke	=	0,4 Lin.
den Krümmungshalbmesser ihrer Vorderfläche	=	3,5 Lin.
den Krümmungshalbmesser ihrer Hinterfläche	=	2,8 Lin.
den Brechungsindex (nach W. Krause im Durchschnitt)	=	1,3525.

Eine solche Hornhaut umgeben von atmosphärischer Luft würde eine negative Brennweite von beinahe acht Zoll haben. Es wird nämlich die vordere Fläche das Licht sammeln, während die stärker gekrümmte hintere Fläche das Licht stärker zerstreut, oder — bei entgegengesetztem Gange des Lichtes — wird in umgekehrter Folge die hintere Fläche das Licht stärker zerstreuen, als es von der vorderen Fläche gesammelt wird, so dass in beiden Fällen für die Gesammt-Brennweite ein (beinahe acht Zoll betragender) Rest zerstreuender Wirkung übrig bleibt.

Anders verhält sich die Sache, wenn die hintere concave Fläche nicht ebenfalls von Luft, sondern, wie in dem menschlichen Auge, von einem stärker brechenden Mittel, dem Kammerwasser, begrenzt ist. Zwar wird die zerstreuende Wirkung der hinteren Fläche dadurch nicht aufgehoben; sie wird aber in dem Grade geschwächt, dass die Gesammtwirkung nun nicht mehr eine zerstreuende, sondern eine sammelnde ist, wiewohl weniger stark sammelnd, als wenn beide Flächen parallele Krümmungen hätten.

Mit dem zunehmenden Index des Kammerwassers muss die zerstreuende Wirkung der hinteren Fläche abnehmen, bis endlich, wenn Hornhaut und Kammerwasser genau denselben Index haben, die Wirkung der hinteren Fläche vollkommen annullirt wird, und ihre Krümmung daher gar nicht mehr in Rechnung kommt.

Unter den Index-Messungen W. Krause's finden sich einige Fälle, in denen das Kammerwasser sogar stärker bricht als die Hornhaut-Substanz. Für solche Fälle müsste offenbar die zerstreuende Wirkung der hinteren Fläche in eine sammelnde übergehen, so dass nun die Gesammtwirkung der Hornhaut vermöge des kürzeren Krümmungsradius der hinteren Fläche eine stärker sammelnde würde, als wenn beide Flächen parallel wären. Indessen ist, wie an einer früheren Stelle bereits bemerkt wurde, dieses Faktum vorläufig noch mit Vorsicht aufzunehmen, bis es durch zahlreichere Messungen bestätigt oder widerlegt wird.

Parallel sind beide Flächen, wenn sie beide aus einerlei Mittelpunkt und mit Halbmessern beschrieben wären, welche um die Dicke der Hornhaut von einander differiren. Unter dieser Voraussetzung würde aber immer noch ein geringes Plus zerstreuender Wirkung übrig bleiben.

Für den Fall gleich grosser Krümmungsradien beider Flächen muss die Hornhaut gegen den Rand hin an Dicke abnehmen, was — nach sämmtlichen Autoren — nur in dem frühesten kindlichen Alter und in der Fötalperiode statt findet. Der Fall eines wirklichen Parallelismus mag nicht selten vorkommen. Helmholtz ist, wie (Abschn. II. 2 u. 3) bereits

bemerkt wurde, der Ansicht, dass wenigstens für die mittleren, optisch wichtigsten Parthieen der Parallelismus beider Hornhaut-Flächen als Regel zu betrachten sei. Bis jetzt hatte aber als Regel gegolten, dass die Hornhaut gegen den Rand hin sich verdicke, und dass darum der Krümmungsradius der hinteren Fläche kleiner sein müsse, als der Krümmungsradius der vorderen Fläche, nachdem von demselben noch die Dicke der Hornhaut in Abzug gebracht worden ist. Unter den vorliegenden Messungen finden wir aber nur zwei Fälle bei Treviranus (Auge II. und III.), an welchen dieses Verhältniss nicht statt findet. In jenen zwei Fällen ist nämlich der Krümmungsradius der hinteren Fläche zwar kürzer als derjenige der vorderen Fläche, jedoch ist die Differenz beider kleiner als die Dicke der Hornhaut in ihrer Mitte, woraus auf eine Verdünnung gegen den Rand hin geschlossen werden müsste. Um das Gesagte in übersichtlicher Form kurz wiederzugeben, möge der Krümmungsradius der vorderen Fläche mit r^0, der der hinteren Fläche mit r', die Dicke der Hornhaut mit d bezeichnet werden.

Nach dieser Bezeichnung müssen beide Hornhaut-Flächen überall gleich dick oder zu einander parallel sein, wenn:

$$r' + d = r^0$$

die Hornhaut muss gegen den Rand hin an Dicke zunehmen, wenn

$$r' + d < r^0$$

und muss gegen den Rand hin an Dicke abnehmen, wenn:

$$r' + d > r^0.$$

3.

Wir wollen jetzt auf eine etwas genauere Betrachtung der Hornhaut, in ihrer Verbindung mit dem Kammerwasser, eingehen, indem wir die einzelnen Werthe innerhalb gemessener Grenzen variiren lassen. Es sei also wieder:

die Dicke der Hornhaut	$d = 0{,}4$ Lin.
der Krümmungshalbmesser ihrer Vorderfläche	$r^0 = 3{,}5$ Lin.
der Krümmungshalbmesser ihrer Hinterfläche (hier)	$r' = 2{,}6$ Lin.
ihr Brechungsexponent	$n' = 1{,}3525$
der Brechungsexponent des Kammerwassers	$n'' = 1{,}3435.$

Berechnet man ein optisches Element von solcher Beschaffenheit, dann wird man finden:

Erste Brennweite:

$$f = 10{,}2716.$$

Zweite Brennweite:

$$f^* = 13{,}7999.$$

Entfernung des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut:

$$e = 0{,}01051.$$

Entfernung des zweiten Hauptpunktes von der Hinterfläche der Hornhaut:

$$-e^* = 0{,}41104.$$

Die beiden Hauptpunkte fallen aber vor die beiden Flächen, von denen ihre Abstände gerechnet sind. Zieht man daher von der letzteren Distanz die Dicke der Hornhaut ab, dann findet sich, dass auch der zweite Hauptpunkt noch vor der Vorderfläche der Hornhaut, ja sogar noch vor dem ersten Hauptpunkte gelegen ist. Es ist nämlich der Abstand von der Hornhautvorderfläche:

beim ersten Hauptpunkt = 0,01051.
beim zweiten Hauptpunkt = 0,01104.
ihr gegenseitiger Abstand = 0,00053.

Die zweite Brennweite bei einmaliger Brechung in der Hornhautsubstanz für sich genommen würde sein:

13,4291.

Hierzu addirt die Distanz des zweiten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut gibt:

13,4401.

Dieses abgezogen von der oben gefundenen zweiten Brennweite gibt:

0,3598.

Um diese Differenz würde daher die zweite Brennweite verlängert, vermöge der zerstreuenden Wirkung bei der Brechung an der hinteren Hornhautfläche.

Nachfolgende Tabelle soll nun dazu dienen, die Veränderungen zu zeigen, welche die gefundenen Werthe erleiden, wenn der einen, oder der anderen unserer fünf Voraussetzungen (welche wir in ihrer Reihenfolge mit d, r^0, r', n', n'' bezeichnen wollen) eine andere Grösse beigelegt wird. Die erste Vertikalkolumne enthält die veränderte Grösse. Für die übrigen Vertikalkolumnen werden wir hier, wie auch in der Folge, dieselben Bezeichnungen beibehalten, deren wir uns in dem ersten Abschnitte bedient haben. Es soll nämlich bedeuten:

$E - F = f$ die erste Brennweite }
$F^* - E^* = f^*$ die zweite Brennweite } wenn sie positiv ist.

$N^0 - E = e$ die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut, wenn der Hauptpunkt vor dieser Vorderfläche gelegen ist.

$N^* - E^* = - e^*$ die Entfernung des zweiten Hauptpunktes von der Hinterfläche der Hornhaut, wenn der Hauptpunkt gleichfalls vor dieser Hinterfläche gelegen ist.

Als Brechungsindices der Hornhaut und des Kammerwassers haben wir einmal den höchsten, dann den niedrigsten und endlich den durchschnittlichen Werth der von W. Krause angegebenen Zahlen gewählt.

Nach diesen Erklärungen wird das Verständniss nachstehender Tabelle keine Schwierigkeiten mehr darbieten.

	E — F	F* — E*	N⁰ — E	N* — E*
$r^0 = 3,4$	9,9680	13,3920	0,0102	0,4106
$r^0 = 3,5$	10,2716	13,7999	0,0105	0,4110
$r^0 = 3,6$	10,5758	14,2086	0,0108	0,4115
$r' = 2,6$	10,2716	13,7999	0,0105	0,4110
$r' = 2,7$	10,2585	13,7823	0,0101	0,4105
$r' = 2,8$	10,2463	13,7659	0,0097	0,4101
$n'' = 1,3364$	10,5589	14,1109	0,0193	0,4203
$n'' = 1,3435$	10,2716	13,7999	0,0105	0,4110
$n'' = 1,3574$	9,7520	13,2374	0,0054	0,3943
$n' = 1,3447$	10;6253	14,2751	0,0264	0,7562
$n' = 1,3525$	10,2716	13,7999	0,0105	0,4110
$n' = 1,3586$	10,3279	13,8756	0,0176	0,4186

4.

Da die Helmholtz'sche Behauptung, dass beide Cornealflächen in der Mitte der Hornhaut fast genau parallel gegeneinander gelagert sind, ohne Zweifel auf schärferen Messungen beruht und darum als die richtigere Ansicht zu betrachten ist, so wollen wir nun noch in einer zweiten ähnlichen kleinen Tabelle zu zeigen suchen, wie sich unter dieser Annahme die Verhältnisse gestalten.

Als Voraussetzungen wählen wir den Brechungsindex der Hornhaut nach W. Krause im Durchschnitt

$$n' = 1,3525.$$

Den Brechungsindex des Kammerwassers nach Brewster

$$n'' = 1,3366.$$

Die Dicke der Hornhaut

$$d = 0,5.$$

Die beiden weiteren Voraussetzungen stehen in der ersten Vertikalkolumne.

	f	f*	e	— e*	f†	△
$r^0 = 3,4$, $r' = 2,9$	10,1622	13,5828	0,020597	0,520597	13,5010	0,0612
$r^0 = 3,5$, $r' = 3,0$	10,4590	13,9795	0,020492	0,520492	13,8981	0,0609
$r^0 = 3,6$, $r' = 3,1$	10,7558	14,3762	0,020394	0,520394	14,2952	0,0606

Die mit f† bezeichnete Spalte gibt die zweite Brennweite, wenn das Kammerwasser bis an die vordere Hornhautfläche reichte, die Hornhaut selbst aber aus der Rechnung weggelassen würde. Die mit △ bezeichnete Vertikalspalte gibt den Unterschied der nach diesen beiden verschiedenen Voraussetzungen gerechneten zweiten Brennweiten. Man sieht leicht, dass der Index des Kammerwassers etwas niedriger angenommen wer-

den muss, um den aus der Vernachlässigung der Hornhautbrechung entstehenden Fehler zu corrigiren.

Es müsste nämlich anstatt des wahren Brechungsindex (1,3366) ein imaginärer Brechungsindex (n) eingeführt werden, welcher in den drei angeführten Beispielen folgende Werthe annimmt, wenn die zweite Brennweite von der Vorderfläche der Hornhaut gerechnet wird (21).

r^0	n
3,4	1,33457
3,5	1,33464
3,6	1,33470.

Für die leiseste Abweichung vom Parallelismus durch stärkere Krümmung der hinteren Fläche der Hornhaut würde zur Correktion ein noch kleinerer imaginärer Brechungsindex gewählt werden müssen.

Wollte man die Helmholtz'sche Ansicht nicht in äusserster Strenge durchführen (was nach ihm selbst ja auch nicht einmal geschehen dürfte) dann könnte vielleicht für diesen Index die Zahl:

$$1{,}333\ldots = \frac{4}{3}$$

gewählt werden (22).

Halten wir uns nun an diese beiden Tabellen, dann wird zunächst gegen die Annahme eines einzigen Hauptpunktes, anstatt zweier, kein Einwand erhoben werden können. Es fallen nämlich beide Hauptpunkte zusammen, wenn beide Krümmungsflächen parallel sind. Der zweite Hauptpunkt fällt vor den ersten, wenn der zweite Krümmungshalbmesser um mehr als die Dicke der Hornhaut kürzer ist, als der Halbmesser der ersten Krümmung, und würde hinter den ersten fallen, wenn er um weniger als die Dicke der Hornhaut kürzer wäre, als der Halbmesser der ersten Krümmung. Bei geringer Abweichung vom Parallelismus beider Hornhautflächen darf der gegenseitige Abstand beider Hauptpunkte unbedenklich vernachlässigt werden.

Vernachlässigen wir ferner — was allerdings schon zu einigem Bedenken Anlass geben kann — auch den Abstand der Hauptpunkte von der Vorderfläche der Hornhaut und substituiren die Brennweiten anstatt der Krümmungen und Brechungsexponenten, dann würden sich als sehr einfache mittlere Werthe etwa die Zahlen

$$f = 10{,}5$$
$$f^* = 14.$$

annehmen lassen.

Ein optisches Element von diesen Brennweiten bei einmaliger Brechung würde aber haben müssen als Krümmungshalbmesser:

$$r = 3{,}499\ldots$$
$$= 3{,}5$$

als Brechungsexponent

$$n = 1{,}33 \ldots\ldots$$
$$= \frac{4}{3}.$$

Ein Element von diesen Eigenschaften wollen wir als erstes optisches Element unseren weiteren Betrachtungen zu Grunde legen.

5.

Wenn nun gefragt würde, wo bei einem solchen Elemente der scheinbare Ort der Iris gelegen sei, wenn dessen wahrer Ort bekannt ist, dann würde durch die Formeln Abschn. I. 10. sehr leicht darauf geantwortet werden können.

Nennen wir p^* die wahre und p die scheinbare Entfernung der Iris von der Vorderfläche der Hornhaut, und bedenken, dass das Objekt sich für diesen Fall in dem zweiten Mittel befindet, so wird unsere Formel folgende Gestalt annehmen:

$$p = \frac{p^* f}{p^* - f^*}$$

Die nachstehende Tabelle enthält eine Reihe solcher correlaten Entfernungen, worin die mit △ bezeichnete Rubrik die Grösse der scheinbaren Ortsveränderungen angibt:

p^*	$-p$	△
1,7	1,451	0,249
1,6	1,355	0,245
1,5	1,260	0,240
1,4	1,166	0,234
1,3	1,075	0,225
1,2	0,984	0,216
1,1	0,895	0,205
1,0	0,808	0,192.

Die Iris wird hiernach, durch die Hornhaut und das Kammerwasser betrachtet, um $^1/_5$ Lin. bis $^1/_4$ Lin. näher scheinen, als sie wirklich ist.

Ebenso leicht ist es, die Vergrösserung anzugeben, unter welcher die Iris selbst, oder die in ihrer Ebene liegenden Objekte dem Beobachter erscheinen.

Es bedeute p^* wiederum die wahre Entfernung der Iris von der Vorderfläche der Hornhaut und m die Vergrösserungszahl; so zwar, dass die wirklichen Dimensionen in der Iris-Ebene sich zu deren scheinbaren Vergrösserungen verhalten, wie m zu 1, oder wie 1 zu $\frac{1}{m}$. Wir benützen dazu die Formel:

$$\frac{1}{m} = \frac{\eta}{\eta^*} = \frac{f^*}{f^* - p^*}$$

in welcher, da sich das Objekt im zweiten Mittel befindet, p an die Stelle von p* gesetzt werden muss. Man findet:

p*	$\frac{1}{m}$
1,7	1,138
1,6	1,129
1,5	1,120
1,4	1,111
1,3	1,102
1,2	1,094
1,1	1,085
1,0	1,077.

Die Iris erscheint hiernach um $^1/_{12}$ bis $^1/_8$ ihrer natürlichen Dimension grösser.

Wenn endlich noch nach der scheinbaren Form gefragt würde, welche z. B. eine planliegende Iris annimmt, dann wäre nöthig, solche Formeln zu Hülfe zu nehmen, in welchen die Abweichung wegen der Kugelgestalt nicht ganz vernachlässigt wird (23). Durch die Kugelabweichung wird nämlich bedingt, dass eine plane Iris nicht plan, sondern selbst wieder von kugeliger Form erscheint.

Es muss zu diesem Zweck für einen ausserhalb der optischen Axe liegenden Punkt (mit Rücksicht auf seine excentrische Lage) der scheinbare Ort gesucht werden. Kennt man diesen, und kennt man zugleich den scheinbaren Ort eines in derselben Fläche, jedoch in der Axe gelegenen Punktes, dann lässt sich daraus der Krümmungshalbmesser der Bildfläche leicht finden.

Es liege z. B. die als plan vorausgesetzte Iris-Ebene p* = 1,6000 hinter der vorderen Hornhautfläche, dann liegt für die centralen Parthieen der scheinbare Ort dieser Ebene p = 1,3548 hinter der vorderen Hornhautfläche. Sucht man nun den scheinbaren Ort eines in derselben Ebene, jedoch 1 Lin. von der Axe entfernt gelegenen Punktes, dann findet man als dessen Coordinaten, gerechnet von der Vorderfläche der Hornhaut:

$$\xi = 1{,}3690,$$
$$\eta = 1{,}1215.$$

Es wäre demnach der Krümmungshalbmesser eines Kreisabschnittes zu bestimmen, dessen halbe Sehne $= \eta$ und dessen Höhe: $\xi - p = 0{,}0142$, woraus sich berechnen lässt:

$$\varrho = 44 \text{ Lin.}$$

Eine solche gegen den Beobachter convexe Form würde demnach eine planstehende Iris scheinbar annehmen. Bei einer schwach convexen Iris würde die Convexität schon etwas deutlicher hervortreten, und zwar um so deutlicher, je näher zugleich die Iris-Ebene der vorderen Hornhautfläche liegt, d. h. je kleiner die Augenkammer ist. Je tiefer dagegen die Augen-

kammer, um so grösser wird der Werth von ϱ, um so schwächer die scheinbare Krümmung der Iris-Ebene und um so leichter wird man veranlasst sein, eine schwache Krümmung der Iris für scheinbar plan zu erklären.

Nachfolgende Tabelle mag dazu dienen, die Verhältnisse der scheinbaren Krümmung für dieselbe Reihe verschiedener Augenkammertiefen zu zeigen:

p*	ϱ
1,7	49,37
1,6	44,09
1,5	39,97
1,4	36,42
1,3	33,03
1,2	30,20
1,1	27,73
1,0	25,55.

6.

Bevor wir zur Untersuchung der dioptrischen Verhältnisse in der Krystall-Linse übergehen, wollen wir noch die Reflektionen des Lichtes an den Oberflächen der Linse (Purkiné-Sanson'sche Spiegelbilder), welche für die Lehre von der Accomodation des Auges die höchste Bedeutung erlangt haben, einer kurzen Betrachtung unterwerfen.

Diese Frage gehört zwar eigentlich in das Gebiet der Katoptrik, und somit, strenge genommen, nicht ganz in das Bereich unserer Auseinandersetzungen. Indessen, da es sich hier nicht um einen einfach katoptrischen Fall handelt, sondern um einen Fall, an welchem die Refraktion und die Reflektion des Lichtes gleichen Antheil haben, und da überdies unsere dioptrischen Formeln für einfache sowohl wie für zusammengesetzte katoptrische Fragen unmittelbar in Anwendung gebracht werden können, so soll auch dieser Fall hier eine kurze Erörterung finden.

Wir haben (Abschn. I. 5. in der Anm.) die Regel angedeutet, nach welcher solche Relationen zu behandeln sind. Es ist nämlich der Reflektionsfall gerade so zu behandeln, wie eine Refraktion, bei welcher der Lichtstrahl in ein anderes Mittel von einem dem numerischen Werthe nach gleichen, dem Zeichen nach entgegengesetzten Brechungsquotienten übergeht. Nach der Reflektion müssen dann die verschiedenen Refraktionen des zurückgeworfenen Lichtstrahls in den vor der reflektirenden Fläche befindlichen Mitteln nach der gewöhnlichen Weise gerechnet werden, wobei man aber nicht vergessen darf, dass die weitergehende Richtung des Lichtstrahls immer als positiv angesehen wird.

Es sei nun die Tiefe der vorderen Kammer:

$$d = 1,6$$

der Krümmungshalbmesser der Hornhaut:

$$r^0 = 3,5$$

der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Linse:

$$r' = 4$$

und endlich der Brechungsindex des Kammerwassers:

$$n = 1,3366.$$

Daraus werden gebildet die Werthe:

$$u^0 = u'' = -\frac{0,3366}{3,5}$$

$$u' = +\frac{2,6732}{4}$$

dann:

$$t' = t'' = \frac{1,6}{1,3366.}$$

Man findet:

$$g = 1,4776537$$
$$h = 3,3517880$$
$$k = 0,3530834$$
$$l = 1,4776538$$

und daraus:

$-f$	$-e$	$-e^*$
2,8322	1,3528	1,3528.

Die beiden Hauptpunkte fallen demnach zusammen, und zwar genau an dem scheinbaren Ort der vorderen Linsenfläche. Man erhält daher durch diesen zusammengesetzten Spiegelapparat denselben Effekt, wie von einem Convexspiegel, dessen negative Brennweite:

$$-f = 2,8322$$

oder dessen Krümmungshalbmesser:

$$-R = 5,6644$$

und dessen Scheitelpunkt um eine Distanz:

$$-e = 1,3528$$

hinter dem Scheitelpunkt der vorderen Hornhautkrümmung oder — mit anderen Worten — an dem scheinbaren Orte der vorderen Linsenfläche befindlich wäre.

Vergleicht man die Lage des Spiegelbildes der vorderen Linsenfläche mit der leicht zu findenden Lage des Hornhaut-Spiegelbildes, und stellt ein brennendes Licht z. B. 2 Fuss (oder 288 Lin.) vor ein solches doppeltes Spiegelsystem, dann werden sich wegen der Kürze der Fokaldistanzen die beiden Spiegelbilder, deren Ort mit dem Buchstaben a und b bezeichnet werden möge, noch kaum merklich von den betreffenden Brennpunkten entfernen.

Wollen wir aber genauer rechnen, dann würde man finden:

Die Distanz des Spiegelbildes der vorderen Hornhautfläche von dieser Fläche:

$$a - N^0 = 1,7394.$$

Die Distanz des Spiegelbildes der vorderen Linsenfläche vom zweiten Hauptpunkt:

$$b - E = 2,8047$$

oder von der Vorderfläche der Hornhaut:

$$b - N^0 = 4,1575.$$

Dieses letztere Spiegelbild würde daher unter den gemachten Annahmen um die Distanz:

$$b - a = 2,4181$$

oder beinahe um zwei und eine halbe Linie hinter dem Cornealreflex sich befinden.

7.

Ebenso würde das zusammengesetzte Spiegelungssystem an der hinteren Linsenfläche zu berechnen sein, indem wir zu den obigen Daten noch die folgenden hinzu nehmen:

Die Dicke der Linse:

$$d'' = 2.$$

Den Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche:

$$- r' = 2,4$$

und endlich den Brechungsquotienten der Linsensubstanz:

$$n'' = 1,44.$$

Die Werthe von u und t werden nun:

$$u^0 = u'^{v} = - \frac{0,3366}{3,5}$$

$$u' = u''' = - \frac{0,1034}{4}$$

$$u'' = - \frac{2,88}{2,4}$$

$$t' = t'^{v} = \frac{1,6}{1,3366}$$

$$t'' = t''' = \frac{2}{1,44}$$

daraus findet man:

$$g = - 1,8011746$$
$$h = - 2,8315080$$
$$k = - 0,7925923$$
$$l = - 1,8011758$$

und daraus ergibt sich:

f	$e = e^*$
1,2617	3,5342.

Die beiden Hauptpunkte fallen auch hier unter sich, und zwar wiederum mit dem scheinbaren Ort der hinteren Linsenfläche zusammen. Das zusammengesetzte spiegelnde System würde seiner Wirkung nach einem einfachen Hohlspiegel gleichkommen, welcher sich an dem scheinbaren Ort der hinteren Linsenfläche befindet, und dessen Krümmungsradius:

$$R = 2{,}5234$$

wäre.

Wollte man auch für diesen Fall den Ort des Spiegelbildes (c) einer in 2 Fuss Entfernung stehenden brennenden Kerze genau berechnen, dann würde man finden, dass derselbe vor der gemeinschaftlichen Hauptebene:

$$E - c = 1{,}2672$$

oder hinter der Vorderfläche der Hornhaut:

$$c - N^0 = 2{,}2670$$

oder hinter dem Spiegelbilde der vorderen Hornhautfläche:

$$c - a = 0{,}5276$$

oder endlich vor dem Spiegelbilde der vorderen Linsenfläche:

$$c - b = 1{,}8905$$

gelegen sei.

Nach den hier angenommenen Voraussetzungen müsste daher das Spiegelbild der hinteren Linsenfläche ungefähr eine halbe Lin. hinter dem Hornhautspiegelbilde und beinahe zwei Lin. vor dem hinteren Linsenspiegelbilde seinen optischen Ort haben.

Zur Vervollständigung des Gesagten und zur besseren Uebersicht mögen noch folgende leicht verständliche Tabellen dienen.

Wenn wir die drei Spiegelbilder wie bisher nach der Reihenfolge der reflektirenden Flächen mit a, b, c bezeichnen, dann würden sich für verschiedene Distanzen der brennenden Kerze (des Objekts) die Distanzen der Spiegelbilder, von der vorderen Hornhautfläche gerechnet, in folgende Uebersicht bringen lassen:

	∞	8 Fuss	4 Fuss	2 Fuss
a	1,7500	1,7473	1,7447	1,7394
b	4,1850	4,1780	4,1712	4,1575
c	2,2725	2,2711	2,2697	2,2670

Hieraus ergeben sich unmittelbar die gegenseitigen Abstände der Spiegelbilder unter sich. Es liegt nämlich:

	∞	8 Fuss	4 Fuss	2 Fuss
b hinter a	2,4350	2,4307	2,4265	2,4181
b hinter c	1,9125	1,9069	1,9014	1,8905
c hinter a	0,5225	0,5238	0,5250	0,5276

Endlich lassen sich auch noch die Grössenverhältnisse der drei Spiegelbilder nach den Formeln des Abschn. I. 10. berechnen. Für dieselben drei Distanzen von zwei, vier und acht Fuss würden die inversen Werthe der Bildgrössen, oder die Werthe der Objektgrössen, welche an allen drei

Flächen gleich grosse Spiegelbilder hervorbringen, durch folgende Zahlen ausgedrückt werden müssen.

	8 Fuss	4 Fuss	2 Fuss
a.	659,13	330,13	165,56
b.	408,21	204,86	103,16
c.	914,92	458,46	230,06.

Diese letzteren Verhältnisse haben eine besondere Wichtigkeit erlangt seit Helmholtz gezeigt hat, wie umgekehrt aus den gemessenen Grössenverhältnissen der Spiegelbilder der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche berechnet werden könne. Vergl. Abschn. IV. 13.

8.

Wir wollen nun versuchen, dasjenige, was in dem Abschn. II. 8. über den zusammengesetzten Bau der Krystall-Linse und die dadurch bedingte optische Wirkung gesagt worden ist, an einem Beispiele etwas deutlicher zu machen.

Leider fehlt es uns hier fast an allen erforderlichen Daten, so dass wir genöthigt sind, das Fehlende in sehr willkührlicher Weise zu ergänzen, um nur die nothwendige Vollständigkeit der Voraussetzungen zu erhalten.

Die vollständigsten und detaillirtesten Messungsangaben in der ganzen hieher gehörigen Literatur sind diejenigen, welche Krause über die Linse des Auges Nro. I. (Tab. VII. b.) mitgetheilt hat. Wir werden daher diese Linse als Beispiel wählen, obwohl sie wegen ihrer etwas ungewöhnlichen Form nicht eben besonders geeignet scheint, als Beispiel zu dienen. Die Axenlänge dieser Linse war nämlich unter allen von Krause gemessenen Linsen die grösste. Vielleicht ist aber gerade aus diesem Grunde eine genauere Messung der Dicken, der einzelnen Schichten möglich geworden.

Da wir es nur mit den Axenstrahlen zu thun haben, so scheint es uns am gerathensten, uns an diejenigen Halbmesser zu halten, welche sich aus der Abscisse = 0,5 Lin. und den ihr zugehörigen Ordinaten berechnen lassen. Diese Halbmesser würden nämlich einem in der Axe der Linse gelegenen Umfange von einer Linie im Durchmesser correspondiren, was für unseren Zweck gerade ausreicht. Wir nehmen ferner an, dass die Krause'schen Angaben selbst in der zweiten Decimale noch vollkommen richtig seien.

Danach erhalten wir den Halbmesser der Vorderfläche

$$r^0 = 2{,}12 \text{ Lin.}$$

den Halbmesser der Hinterfläche

$$r^* = 1{,}30 \text{ Lin.}$$

Weiter nehmen wir an, dass die Flächen der inneren Linsen-Schichten concentrisch seien mit der äusseren, was freilich wieder nur hypothetisch ist. Die Abnahme der Längen dieser Halbmesser geht wahrscheinlich in einem etwas rascheren Verhältniss. Krause sagt aber, dass die

Schichten sich nicht scharf genug gegen einander abzeichnen, um eine genauere Bestimmung ihrer Krümmungen möglich zu machen.

Für die Dicke der einzelnen Schichten haben wir folgende Angaben:

Axe der ganzen Linse	= 3,1 Lin.
Vordere weiche Schicht	= 0,9 „
Aeussere Kernschicht	= 1,9 „
Innerster Kern	= 0,9 „
Hintere weiche Schicht	= 0,3 „

Für die Dicke der vorderen und für die Dicke der hinteren äusseren Kernschicht haben wir wieder keine speciellen Daten. Beide zusammengenommen betragen eine Linie. Obwohl nun die vordere Schicht vielleicht um ein Geringes breiter anzunehmen wäre, so wollen wir uns damit begnügen, beide als gleich gross vorauszusetzen, indem wir uns hierbei auf eine Bemerkung Krause's berufen können, wonach die äussere Kernschicht gewöhnlich vor und hinter dem eigentlichen Kern von gleicher

0,2 bis 0,5 Lin.

betragender Dicke sein soll.

Für das Brechungsvermögen der einzelnen Schichten wählen wir die Brewster'schen Zahlen; und zwar um so lieber, weil die Krystall-Linse, an welcher Brewster seine Messungen ausgeführt hat, gleichfalls (wie die Krause'sche) einem 50jährigen Weibe angehörte.

Bezeichnen wir nun die Dicken der einzelnen Linsenschichten mit d., ihre Krümmungshalbmesser mit r., ihre Brechungsindices mit n. (24) und versehen diese Buchstaben mit Stellenzeigern, welche ihre Reihenfolge ausdrücken, so haben wir für unsere Rechnung folgende Vorlagen:

		$n^0 = 1,3366$
$r^0 = 2,12$		
	$d' = 0,9$	$n' = 1,3767$
$r' = 1,22$		
	$d'' = 0,5$	$n'' = 1,3786$
$r'' = 0,72$		
	$d''' = 0,9$	$n''' = 1,3999$
$-r''' = 0,5$		
	$d^{\prime v} = 0,5$	$n^{\prime v} = 1,3786$
$-r^{\prime v} = 1$		
	$d^* = 0,3$	$n^v = 1,3767$
$-r^* = 1,3$		
		$n^* = 1,3394.$

Bildet man aus diesen Werthen die mit u und t bezeichneten Grössen und berechnet man die Constanten des Systems, dann wird man finden·

$$g = 0,8958758.$$
$$h = 2,1601833.$$
$$k = -0,1172988.$$
$$l = 0,8333889.$$

Hieraus ergibt sich weiter:

f	f*	— e	— e*	λ
11,3948	11,4187	1,8985	1,1890	0,0125

9.

Wollte man diese Linse, mit Beibehaltung ihrer äusseren Form, so berechnen, als ob sie aus einer homogenen Substanz bestünde, deren Brechungsindex dem Brechungsindex der Kernsubstanz gleich sei, mithin unter folgenden Voraussetzungen:

$$n^0 = 1,3366.$$

$$r^0 = 2,12 \qquad d = 3,1 \qquad n' = 1,3999.$$

$$-r' = 1,30$$

$$n^* = 1,3394.$$

dann würde man folgende Constanten des Systems finden:

$$g = 0,9338800.$$
$$h = 2,2144439.$$
$$k = -0,0733198.$$
$$l = 0,8969432.$$

woraus sich weiterhin berechnen lässt:

f	f*	— e	— e*	λ
18,2297.	18,2679.	1,8787.	1,2079.	0,0134.

Dieses Beispiel ist wohl geeignet, zu zeigen, wie gross die optische Wirkung der Linsenschichtung sei. — Die Brennweiten der geschichteten Linsen sind unter den hier angenommenen Voraussetzungen beinahe um 7 Linien kürzer gefunden worden, als die Brennweiten einer ganz gleich geformten aber homogenen Linse, deren Brechungsvermögen dem Brechungsvermögen der Kernsubstanz gleich ist.

Offenbar würde die sammelnde Kraft der Linse noch grösser werden, wenn die Krümmungshalbmesser der einzelnen Schichten gegen den Kern hin in rascherem Verhältniss abnehmen, als hier vorausgesetzt wurde.

Wollte man nun weiter fragen, welcher Brechungsindex einer gleichgeformten Linse von gleichartiger Substanz zugeschrieben werden müsste, wenn diese letztere mit der geschichteten Linse vollkommen gleiche optische Eigenschaften haben sollte, so ist bereits bemerkt worden (Absch. I. 14), dass ein solcher Index mit mathematischer Genauigkeit nicht angegeben werden könne. Nichtsdestoweniger lassen sich approximative Werthe finden, welche im Vergleich mit der erreichbaren Schärfe gemessener Werthe als hinreichend genau anzusehen sind.

Für den vorliegenden Fall würde z. B. der Brechungsexponent

$$n = 1,43932.$$

ein ziemlich genügendes Resultat geben.

Berechnet man nämlich eine Linse unter den Voraussetzungen:

$$n^0 = 1{,}33660$$
$$r^0 = 2{,}12$$
$$d = 3{,}1 \quad n' = 1{,}43932$$
$$-r' = 1{,}30$$
$$n^* = 1{,}33940$$

dann findet man als Constanten dieser Linse:

$$g = 0{,}8956425.$$
$$h = 2{,}1537950.$$
$$k = -0{,}1172933.$$
$$l = 0{,}8344561.$$

woraus sich weiter ergibt:

f	f*	— e	— e*	λ
11,3953.	11,4193	1,8864.	1,1917	0,0219.

Mit diesem Brechungsexponenten berechnet stimmen — wie man sieht — die Brennweiten bis auf die dritte Decimalstelle genau zusammen. Da aber die Entfernungen der beiden Hauptpunkte von ihren gleichnamigen Flächen schon in der zweiten Stelle differiren, so müssen auch die Brennweiten schon in der zweiten Stelle als different von den Brennweiten der geschichteten Linse angesehen werden (25).

Eine etwas grössere Annäherung wäre wohl noch erreichbar, indem man denjenigen Werth von n′ aufsuchte, unter dessen Voraussetzung die Differenz in der Lage der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen ein Minimum wird. Inzwischen würde eine solche Berechnung kaum irgend einen wesentlichen Vortheil bieten. Allgemeiner ausgedrückt heisst dies: es lässt sich erreichen, dass die Längen der Brennweiten genau übereinstimmen, oder dass die Distanz des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche, oder die Distanz des zweiten Hauptpunktes von der Hinterfläche, oder der gegenseitige Abstand beider Hauptpunkte, so genau wie man es haben will, zusammenstimmen; dass aber die Haupt- und Brennpunkt-Ebenen der geschichteten und der nicht geschichteten fiktiven Linse genau gleiche Lage haben, könnte nur durch eine zufällige Compensation der einzelnen Werthe möglich werden. In der Regel unterliegt diese Uebereinstimmung einem mehr oder weniger beschränkten Grade der Genauigkeit (26).

10.

Wollen wir nun, trotz der Einwürfe, welche wir selbst (Abschn. I. 14.) gegen ein solches Verfahren erhoben haben, den auf dem Wege der Rechnung gefundenen imaginären Totalindex der Linse als einen der Wirklichkeit sich annähernden mittleren Werth gelten lassen, dann sind wir im Stande, unsere Rechnung weiter fortzuführen; wenn nicht, dann würden wir gezwungen sein, uns statt dessen an möglichst genaue Messun-

gen der Haupt- und Brennpunkts-Lagen verschiedener menschlicher Linsen zu halten.

Da aber nur zwei derartige Messungen aus neuester Zeit vorliegen, (Abschn. II. 8) und da es uns überdies nicht sowohl auf eine grösstmögliche Approximation als vielmehr nur darauf ankommt, zu zeigen, wie bei gegebenen numerischen Werthen die Berechnung auszuführen sei, so darf eine solche Willkührlichkeit wohl auf Entschuldigung und Nachsicht hoffen.

Aus den angegebenen Gründen wollen wir es mit dem gefundenen Werthe auch nicht sehr genau nehmen, und denselben nur bis zur zweiten Decimale gelten lassen.

Es sei also

$$n = 1{,}44.$$

der Brechungsindex der menschlichen Linse.

Um nun die dioptrische Wirkung dieser Linse berechnen zu können, müssen wir noch unter den mannigfaltigen Messungswerthen ihrer Krümmungshalbmesser irgend eine ziemlich willkührliche Wahl treffen.

Es sei z. B. der Krümmungshalbmesser

der Vorderfläche $= 3{,}6$
der Hinterfläche $= 2{,}4$
die Dicke der Linse $= 2$.

Und um zugleich die Wirkung der accommodativen Formveränderung zu zeigen, sei beim Nahesehen der Krümmungshalbmesser

der Vorderfläche $= 2{,}4$
der Hinterfläche $= 2{,}2$
die Linsendicke $= 2{,}2$.

indem wir auf Grund der Helmholtz'schen Messungen den Halbmesser der Vorderfläche etwa um $^1/_3$, den Halbmesser der Hinterfläche aber um $^1/_{12}$ seiner Länge verkürzen, und überdies noch die Linsendicke ungefähr um die von Helmholtz gemessene wirkliche Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes beim Nahesehen nämlich um 0,2 Lin. vergrössern (27).

Wir haben hiernach folgende Rechnungsvorlagen für die Berechnung der menschlichen Krystall-Linse

für die Ferne	$r^0 = 3{,}6$ $-r' = 2{,}4$	$d = 2$	$n^0 = 1{,}3366$ $n' = 1{,}4400$ $n^* = 1{,}3394$
für die Nähe	$r^0 = 2{,}4$ $-r' = 2{,}2$	$d = 2{,}2$	$n^0 = 1{,}3366$ $n' = 1{,}4400$ $n^* = 1{,}3394$

Daraus erhalten wir:

	f	f^*	$-e$	$-e^*$	λ
Ferne	19,3804	19,4209	1,1282	0,7747	0,0971
Nähe	15,5729	15,6106	1,0883	1,0275	0,0842.

Wollen wir noch summarischer verfahren und statt der Brewster'schen Werthe für die Brechungsindices des Glaskörpers und des Kammerwassers, beiden ein und denselben Werth, nämlich

$$n^0 = n^* = 1,34.$$

beilegen, dann erhalten wir unter übrigens unveränderten Voraussetzungen

	f	$-e$	$-e^*$	λ
Ferne	19,7532	1,1431	0,7621	0,0948
Nähe	15,9093	1,1048	1,0127	0,0835.

Um nun für die Berechnuug eines mittleren Auges möglichst einfache, der Wirklichkeit aber zugleich möglichst angenäherte Werthe zu gewinnen, wird es zunächst wohl erlaubt sein, die Brennweite der Linse in runder Zahl

für die Ferne $= 20$
für die Nähe $= 16$

anzunehmen.

Ferner dürfte vielleicht gestattet sein, die Lage der beiden Hauptpunkte etwa in solcher Weise zu vereinfachen, dass bei einer Linsendicke

$$d = 2$$

die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Linse

$$-e = 1,2$$

die Entfernung des zweiten Hauptpunktes von der Hinterfläche der Linse

$$-e^* = 0,7$$

in abgekürzter Zahl angenommen würde.

Dies kann aber dadurch sehr leicht erreicht werden, dass man für den Brechungsquotienten und für die Krümmungsradien der Linse etwas veränderte Werthe auswählt.

Wir haben bereits erwähnt, dass die Linsenkrümmungen so ungemein variable Werthe haben, dass man kaum daran denken kann, diejenigen genauer anzugeben, welche etwa in der Natur am häufigsten vorkommen mögen. Unsere Wahl dieser Krümmungshalbmesser ist darum eine ziemlich willkührliche gewesen.

Dasselbe gilt von dem totalen Brechungsquotienten der Linsensubstanz, welchen wir erst in jüngster Zeit aus unmittelbaren Messungen kennen gelernt haben. Wir hatten denselben im Verhältniss zu den umgebenden Medien

$$\frac{n'}{n^0 = n^*} = \frac{144}{134} = 1,074627$$

angenommen.

Berechnen wir nun z. B. eine Linse unter folgenden Voraussetzungen:

$$n^0 = 1$$

$$r^0 = 4{,}0571 \qquad d = 2 \qquad n' = 1{,}07643$$

$$-r' = 2{,}3666$$

$$n^* = 1.$$

Dann wird man mit genügender Genauigkeit finden:

$$\varphi = 20$$
$$-e = 1{,}2$$
$$-e^* = 0{,}7.$$

Dies soll die Linse sein, welche der weiteren Berechnung zum Grunde gelegt wird.

11.

Für die Berechnung eines schematischen Auges erhalten wir nun aus den bisher angestellten Betrachtungen höchst einfache Voraussetzungen, wenn wir uns der in Abschn. I. 13. entwickelten Formeln bedienen wollen (28).

Wir wählen zu diesem Zweck für den Brechungsindex des Kammerwassers sowohl wie für den Brechungsindex des Glaskörpers den Werth:

$$n' = 1{,}34.$$

Um aber unsere Rechnung zu erleichtern, setzen wir diesen Index

$$n' = n^* = 1$$

den Index der atmosphärischen Luft dagegen

$$n^0 = \frac{1}{1{,}34}$$

wodurch in den gegebenen Verhältnissen nichts geändert wird. Wir setzen ferner die zweite Brennweite des ersten Elementes (Hornhaut und Kammerwasser)

$$\varphi^0 = 14 \text{ Lin.}$$

die Brennweite der Krystall-Linse oder des zweiten Elementes

$$\varphi' = 20 \text{ Lin.}$$

endlich die Distanz des ersten Hauptpunktes der Linse von der Vorderfläche der Hornhaut

$$= 2{,}8 \text{ Lin.}$$

indem wir die Entfernung jenes Punktes von der Vorderfläche der Linse

$$= 1{,}2 \text{ Lin.}$$

und die Entfernung der Vorderfläche der Linse von der Vorderfläche der Hornhaut

$$N' - N^0 = 1{,}6 \text{ Lin.}$$

annehmen.

Wir haben daher:

$$u^0 = -\frac{1}{14}$$

$$u' = -\frac{1}{20}$$

$$t' = 2{,}8.$$

Daraus berechnen sich die Constanten des Systems:

$$g = u^0 t' + 1 \qquad = 0{,}8$$

$$h = t' \qquad = 2{,}8$$

$$k = u^0 t' u' + u^0 + u' = -0{,}11142857$$

$$l = u' t' + 1 \qquad = 0{,}86.$$

Hieraus berechnet sich ferner:
die vordere Brennweite:

$$f = -\frac{1}{n' k} = 6{,}6973$$

die hintere Brennweite:

$$f^* = -\frac{1}{k} = 8{,}9744.$$

Die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut:

$$-e = \frac{1-l}{n' k} = 0{,}9376.$$

Die Entfernung des zweiten Hauptpunktes des ganzen Auges von dem zweiten Hauptpunkte der Krystall-Linse:

$$-e^* = \frac{1-g}{k} = 1{,}7948$$

oder von der hinteren Fläche der Linse:

$$N^* - E^* = 2{,}4948$$

oder von der vorderen Fläche der Hornhaut:

$$E^* - N^0 = 1{,}1052.$$

Gegenseitiger Abstand beider Hauptpunkte:

$$E^* - E = 0{,}1676.$$

Wollte man dieses Auge nach fortlaufenden Trennungsflächen berechnen, dann müssten dazu die folgenden Voraussetzungen gewählt werden:

$$n^0 = 1$$

$$r^0 = 3{,}5522$$

$$d' = 1{,}6 \qquad n' = 1{,}34000$$

$$r' = 4{,}0571$$

$$d'' = 2 \qquad n'' = 1{,}44241$$

$$-r'' = 2{,}3666$$

$$n^* = 1{,}34000.$$

Woraus die Constanten gefunden werden:

$$g = 0,7219977$$
$$h = 2,5388050$$
$$k = -1,1493155$$
$$l = 0,8599983.$$

Die hiernach berechnete Lage der Haupt- und Brennpunkte stimmt mit den oben gefundenen Werthen bis zur vierten Decimalstelle überein.

12.

Um ein accommodativ für die Nähe eingestelltes Auge zu berechnen, oder um unser berechnetes Auge in ein Solches zu verwandeln, müsste die Brennweite der Hornhaut und des Kammerwassers unverändert beibehalten werden, dagegen würden sich die Veränderungen, welche die Linse erfährt, etwa folgendermaassen ausdrücken lassen. Die Brennweite der Linse möge:

von 20 übergehen in 16 Lin.

Die Dicke der Linse

von 2 übergehen in 2,2.

so zwar, dass die hintere Linsenwand ihren Ort behauptet, die vordere Linsenwand dagegen den Kammerraum um 0,2 verengert. Danach würde die Entfernung der vorderen Hornhautfläche von der vorderen Linsenfläche:

von 1,6 übergehen in 1,4.

Wegen der Formveränderung der vorderen Linsenfläche rückt aber der erste Hauptpunkt der Linse dieser vorderen Linsenfläche etwas näher; er möge

von 1,2 übergehen in 1,1.

Der zweite Hauptpunkt rückt ebenfalls, und zwar um etwas mehr, der vorderen Linsenfläche näher und entfernt sich daher von ihrer hinteren Fläche. Die Entfernung von dieser letzteren Fläche möge

von 0,7 übergehen in 1.

Hieraus würden folgende Rechnungsvorlagen hervorgehen:

$$u^0 = -\frac{1}{14}$$
$$u' = -\frac{1}{16}$$
$$t' = 2,5.$$

Daraus berechnet sich ferner:

die vordere Brennweite:

$$f = 6,0787$$

die hintere Brennweite:

$$f^* = 8,1455.$$

Die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut

$$-e = 0,9498.$$

Die Entfernung des zweiten Hauptpunktes von dem zweiten Hauptpunkt der Linse

$$-e^* = 1{,}4545$$

oder von der hinteren Fläche der Linse

$$N^* - E^* = 2{,}4545$$

oder von der vorderen Fläche der Hornhaut

$$E^* - N^0 = 1{,}1455.$$

Durch diese Gestaltsveränderung der Linse haben sich also — abgesehen von der Verkürzung beider Brennweiten — die Haupt-Ebenen des Auges um eine sehr kleine Grösse, sowohl von einander, als auch von der Vorderfläche der Hornhaut entfernt.

Diese Veränderungen in eine Uebersicht zusammengefasst, würden sich folgendermaassen darstellen:

	f	f*	E — N⁰	E* — N⁰	E* — E.
Ferne	6,6973	8,9744	0,9376	1,1052	0,1676
Nähe	6,0787	8,1455	0,9498	1,1455	0,1957
Differenz	0,6186	0,8289	0,0122	0,0403	

Nimmt man an, dass die Länge der optischen Axe oder die Entfernung der Netzhaut von der Vorderfläche der Hornhaut

$$R^* - N^0 = 10{,}24$$

betrage, dann wird man finden, dass ein solches Auge auf eine Sehweite

$$= 4{,}8545 \text{ Zoll}$$

oder in runder Summe auf fünf Zoll eingerichtet sei.

Nennen wir ϱ den Krümmungshalbmesser der Substitutionsflächen, welche an dem Orte der Haupt-Ebenen liegend gedacht werden, und welche durch einmalige Brechung die verschiedenen Brechungen des ganzen Systems repräsentiren; bezeichnen wir ferner mit C und C* die Lage der Mittelpunkte dieser krummen Substitutionsflächen (Listing's Knotenpunkte) und endlich mit R* den Ort der Netzhaut, dessen unveränderte Distanz von der vorderen Hornhautfläche wiederum = 10,24 Lin. sein soll, dann lässt sich noch folgende Uebersicht hinzufügen.

	ϱ	C — N⁰	C* — N⁰	R* — C*
Ferne	2,2771	3,2147	3,3823	6,8577
Nähe	2,0668	3,0166	3,2123	7,0277.

Da aber die Entfernung des zweiten Knotenpunktes von der Netzhaut für gleiche Gesichtswinkel (wenn der Scheitel des Gesichtswinkels in den ersten Knotenpunkt verlegt wird) proportional ist der Bildgrösse, so ergibt sich aus den Werthen für R* — C*, dass unter den hier angenommenen Voraussetzungen das Minimum des Gesichtswinkels bei der Accommodation für die Nähe kleiner ist als bei der Accommodation für entfernte Objekte. Doch darf nicht unerwähnt bleiben, dass unter anderen Voraussetzungen die Ortsveränderung der Knotenpunkte mit Bezug auf die Netzhaut eine ganz andere werden könne.

13.

Die Constanten des in dem vorigen Artikel aufgestellten Auges sind, wie man sieht, von den als gleichartig vorausgesetzten Brechungsquotienten des Kammerwassers und des Glaskörpers vollkommen frei. Wir haben als solchen den Werth:

$$n' = 1{,}34$$

angenommen. Will man die W. Krause'schen Messungen der Indices des menschlichen Auges gelten lassen, dann dürfte die Annahme eines noch etwas höheren Brechungsquotienten recht wohl gestattet werden.

Krause gibt nämlich als höchsten Werth für den Index des Kammerwassers

$$n' = 1{,}3574$$

als niedrigsten Werth

$$n' = 1{,}3364$$

im Durchschnitt

$$n' = 1{,}3435$$

an. Halten wir uns an diesen letzten Werth, dann lassen sich die gefundenen Zahlen noch bedeutend vereinfachen, wodurch für erste und oberflächlichste Ueberschläge bequemere Zahlen hervorgehen.

Setzen wir z. B. anstatt der oben angenommenen Werthe die nachfolgenden:

$$u^0 = -\frac{1}{13{,}8358}$$

$$u' = -\frac{1}{20{,}6000}$$

$$t' = 2{,}76716.$$

welche sich von jenen nur um kleine Grössen unterscheiden, und wählen wir statt des dort angenommenen Brechungsquotienten den Werth

$$n' = 1{,}34328.$$

dann erhalten wir mit befriedigender Genauigkeit folgende sehr einfache Zahlen, welche für summarische Berechnungen leicht benützt werden können:

$$f = 6{,}7$$

$$f^* = 9$$

$$-e = 0{,}9$$

$$-e^* = 1{,}8.$$

Die Entfernung des zweiten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut würde sein:

$$E^* - N^0 = 1{,}1.$$

Der gegenseitige Abstand beider Hauptpunkte:

$$\lambda = 0{,}2.$$

Es würde demnach durch diese Zahlenwerthe das ganze Auge auf

eine einmalige Brechung an einer einzigen krummen Trennungsfläche reducirt, deren Krümmungshalbmesser:

$$\varrho = \frac{n' - 1}{n' k} = 2{,}3$$

und deren Lage um die Grösse

$$- e = 0{,}9$$

hinter der Vorderfläche der Hornhaut befindlich wäre. Der ausfahrende oder gebrochene Lichtstrahl muss aber noch um die Grösse:

$$\lambda = 0{,}2$$

verschoben werden.

Die Listing'schen Knotenpunkte, welche mit dem Mittelpunkte der krummen Substitutionsfläche gleichbedeutend sind, würden um die Länge des Krümmungshalbmessers (ϱ) hinter jedem der beiden Hauptpunkte gelegen sein, und folglich

der erste Knotenpunkt $= 3{,}2$
der zweite Knotenpunkt $= 3{,}4$

hinter der Vorderfläche der Hornhaut liegen. Ihr gegenseitiger Abstand ist dem gegenseitigen Abstande der beiden Hauptpunkte gleich. Diese äusserst einfachen Zahlenwerthe wollen wir nun einigen weiteren Betrachtungen zu Grunde legen.

Wir wollen indess hier noch bemerken, dass ein in solcher Weise *reducirtes Auge* mit Bezug auf die Form und den Brechungsindex der Linse verschiedene Werthe annehmen könne. Da nämlich die Entfernung des zweiten Hauptpunktes der Linse von ihrer Hinterfläche unbestimmt bleibt, so würden verschiedene Werthe für die Krümmungen und den Brechungsquotienten gefunden werden können, welche die geforderten Bedingungen erfüllen.

Wählen wir aber diejenigen Werthe, welche am nächsten mit dem Auge des vorigen Art. übereinstimmen, dann ergeben sich für das *reducirte Auge* folgende Voraussetzungen:

		$n^0 = 1$
$r^0 = 3{,}5358$		
	$d' = 1{,}6$	$n' = 1{,}34328$
$r' = 4{,}0692$		
	$d'' = 2$	$n'' = 1{,}44765$
$-r'' = 2{,}5451$		
		$n''' = 1{,}34328.$

Diese Voraussetzungen geben folgende Constanten:

$$g = 0{,}7188907$$
$$h = 2{,}530456$$
$$k = -0{,}14925006$$
$$l = 0{,}8656799.$$

Die nach diesen Constanten berechneten Lagen der Haupt- und Brennpunkte stimmen mit den oben gefundenen Werthen bis zur vierten Decimalstelle überein.

14.

Will man die Voraussetzungen, welche dem eben berechneten reducirten Auge zu Grunde gelegt wurden, als solche gelten lassen, welche sich nicht weit von den in der Wirklichkeit gewöhnlich vorkommenden Verhältnissen entfernen, dann lassen sich die (Abschn. I 10.) mitgetheilten Formeln, welche dazu bestimmt sind den Ort und die Grösse eines optischen Bildes zu finden, unmittelbar und leicht in Anwendung bringen.

Es sei z. B. ein Objekt in einer Entfernung von 3 Fuss = 432 Lin. vor der vorderen Hornhautfläche gelegen; es soll der Ort gesucht werden, an welchem das Bild dieses Objektes im Auge entstehen wird. Zu dieser Berechnung hatten wir die Formel gefunden:

$$p^* = \frac{f^* p}{p - f}.$$

In diese Formel wären folgende Zahlenwerthe zu substituiren:

$$p = 432{,}9$$
$$f^* = 9$$
$$f = 6{,}7.$$

Die Rechnung ergibt:

$$p^* = 9{,}1415.$$

In diese Entfernung hinter dem zweiten Hauptpunkte des Auges würde daher das optische Bild fallen, und es würde das Auge genau für die Entfernung von drei Fuss adjustirt sein, wenn sich gleichzeitig auch die Netzhaut an demselben Orte befindet. Es würde aber dieses Verhältniss eine Entfernung der Netzhaut von der Vorderfläche der Hornhaut

$$R^* - N^0 = 10{,}2415 \text{ Lin.}$$

voraussetzen, was nach den Krause'schen Messungen recht gut möglich ist, denn nach Krause beträgt die Länge der optischen Axe, oder die Entfernung der Netzhaut von der vorderen Hornhautfläche im kleinsten Werthe:

$$R^* - N^0 = 9{,}9$$

im grössten Werthe:

$$R^* - N^0 = 10{,}35.$$

Umgekehrt, wenn

$$p^* = 9{,}1415 \text{ Lin.}$$

wäre, dann muss:

$$p = 3 \text{ Fuss und } 0{,}9 \text{ Lin.}$$

werden; woraus folgt, dass irgend ein auf der Netzhaut befindliches Objekt drei Fuss vor der vorderen Hornhautfläche sein (umgekehrtes) Bild macht, und ebendaselbst auch gesehen werden muss, wenn die betreffende Stelle der Netzhaut hinreichend beleuchtet, der Ort ihres Bil-

des dagegen hinreichend dunkel ist, d. h. unter solchen Bedingungen, unter denen mittelst des Augenspiegels ein umgekehrtes Bild der Netzhaut wirklich zum Vorschein kommt.

Befände sich die Netzhaut in einer grösseren Entfernung von der vorderen Hornhautfläche als 10,2415, dann wäre das Auge nicht mehr für eine Entfernung von drei Fuss, sondern für eine kleinere Entfernung adjustirt. Befände sich die Netzhaut der vorderen Hornhautfläche dagegen näher, dann wäre das Auge für eine grössere Entfernung adjustirt und würde als presbyopisch bezeichnet werden müssen, wenn es für die Entfernung von drei Fuss vermöge accommodativer Veränderungen gar nicht mehr einstellbar wäre.

Obwohl es nicht unsere Absicht ist, uns hier schon auf die Berechnung dioptrisch-pathologischer Veränderungen des Auges einzulassen, so dürfte es doch erlaubt sein, einer krankhaften Veränderung zu erwähnen, bei welcher die dioptrischen Constanten des Auges unverändert bleiben, dagegen der Ort, an dem das Bild entstehen soll, d. h. die Netzhaut, eine andere Lage erhält. Es ist dies die sogen. sclerotico-choroiditis posterior (nach von Graefe) oder das staphyloma sclerae posticum. Diese Erkrankung, welche bekanntlich immer mit excessiver Myopie einhergeht, und deren stationäre Form vielleicht die häufigste Ursache hochgradiger Kurzsichtigkeit ist, besteht ihrem dioptrisch wichtigen und wesentlichen Charakter nach in einer Verlängerung der Distanz zwischen Netzhaut und hinterer Linsenfläche. Diese Verlängerung kann nachgewiesener Maassen sogar mehrere Linien betragen (29.)

Nachstehende Uebersicht gibt in summarischen Zahlen die entsprechenden Sehweiten für verschiedene Längen der Glaskörperaxe, wenn die Constanten des ganzen Systems unverändert beibehalten werden. In diese Uebersicht möge man sich zugleich die krankhaften Ektasieen am hinteren Pol des Auges, sofern sie die Schärfe des Sehens nicht beeinträchtigen, mit aufgenommen denken.

Länge der optisch. Axe des Auges	Sehweite, gerechnet von der Vorderfläche der Hornhaut
10,1000	∞
10,1082	50 Fuss
10,1350	12 „
10,1702	6 „
10,2415	3 „
10,3137	2 „
10,5363	12 Zoll
10,7685	8 „
11,0108	6 „
11,2125	5 „
11,5289	4 „
12,0967	3 „
13,4132	2 „

15.

Ebenso leicht wie der Ort eines optischen Bildes lässt sich auch die Grösse desselben berechnen, wenn Ort und Grösse des Objektes bekannt sind.

Wir haben zu dieser Berechnung die Formel gefunden

$$m = \frac{\eta^*}{\eta} = \frac{f}{f - p.}$$

Befände sich das Objekt wiederum in einer Entfernung von drei Fuss, dann wären in diese Formel folgende Zahlenwerthe zu substituiren:

$$f = 6{,}7 \text{ Lin.}$$

$$p = 432{,}9 \text{ Lin.}$$

Es würde gefunden werden

$$m = \frac{\eta^*}{\eta} = -\ 0{,}0157.$$

Wenn

$$\eta = 1$$

gesetzt wird, dann wird unmittelbar

$$\eta^* = -\ 0{,}0157.$$

Umgekehrt, wenn

$$\eta^* = 1$$

gesetzt werden sollte, dann würde gefunden werden:

$$\eta = -\ 63{,}612.$$

Das negative Vorzeichen ist aber der Ausdruck für die umgekehrte Lage des Bildes. Will man anstatt der Einheit einen numerischen Werth setzen, dann findet sich die wirkliche Grösse, wenn man diesen numerischen Werth mit der Vergrösserungszahl multiplicirt.

Es sei z. B. η^* nicht gleich der Einheit, sondern:

$$= 0{,}00017 \text{ Zoll, oder}$$

$$= 0{,}00020 \text{ Zoll;}$$

wie gross würde dann in der Entfernung von drei Fuss das Objekt sein müssen, dessen Bild auf der Netzhaut die angegebene Grösse einnimmt? Oder, da nach Kölliker's Angabe (30) die Zapfenbreite d h. der Abstand der Mittelpunkte zweier Stäbchen im gelben Fleck:

0,002 bis 0,0024 Lin., oder

0,00017 bis 0,00020 Zoll

beträgt, könnte dieselbe Frage auch so gestellt werden: wie gross muss in der Entfernung von drei Fuss der gegenseitige Abstand zweier Objekte (z. B. Striche) sein, deren Bilder auf die Mittelpunkte zweier Nachbar-Stäbchen des gelben Fleckes fallen sollen?

Man findet

$$-\ \eta = 0{,}01081 \text{ Zoll}$$

und

$$= 0{,}01272 \text{ Zoll.}$$

Diese Zahlen müssen aber dem kleinsten noch unterscheidbaren Abstande zweier Objekte entsprechen, wenn man mit Heinrich Müller und Kölliker die Stäbchen als das lichtempfindende Organ betrachtet und zwar in solcher Weise, dass der elementare Lichteindruck durch je ein Stäbchen im Sensorium repräsentirt wird (31).

Genaue Versuche an meinem eigenen Auge ergaben diesen Abstand in der Entfernung von drei Fuss:

= 0,0105 bis 0,0126 Zoll

was mit den berechneten Zahlen gut genug übereinstimmt.

Aus sorgfältigen Beobachtungen und Versuchen des Prof. Stampfer lässt sich entnehmen, dass ein Gegenstand, der unter einem Gesichtswinkel erscheint, welcher kleiner ist als etwa 2 Sekund. bei gewöhnlichen Beleuchtungsverhältnissen gar nicht mehr wahrgenommen werden könne (32).

In einer Entfernung von drei Fuss würde aber ein Gegenstand unter einem Winkel von 2 Sekund. erscheinen, wenn seine Grösse oder Breite

= 0,00035 Zoll

wäre. Ein solcher Gegenstand muss aber auf der Netzhaut ein Bild von einer Grösse

= 0,0000055 Zoll

geben. Ein solches, oder wenigstens jedes noch kleinere Bild würde hiernach nicht mehr im Stande sein, auf die Netzhant einen noch empfindbaren Eindruck zu machen. Doch muss bemerkt werden, dass die Lichtintensität des Objektes einen sehr wesentlichen Faktor bilde, welcher hier noch unberücksichtigt geblieben ist.

Die Breite der Stäbchen am gelben Fleck beträgt nach Kölliker:

0,0006 bis 0,0007 Lin.

oder: 0,00005 bis 0,00006 Zoll.

Es wäre hiernach die Breite eines Stäbchens ungefähr 10 mal so gross als das kleinste unter gewöhnlichen Beleuchtungsverhältnissen noch wahrnehmbare Netzhautbildchen.

Dieses Verhältniss bedingt durchaus nichts Widersinniges, denn es lässt sich recht gut denken, dass in einem einzelnen sensiblen Elemente durch ein viel kleineres, ja in gewissem Sinne sogar durch ein unendlich kleines Netzhautbildchen eine Lichtempfindung noch hervorgerufen werden könne, wofern nur die Intensität des Bildchens hinreichend gross ist; während die Unterscheidung zweier Objekte an das Entstehen zweier Netzhautbildchen gebunden ist, zu deren Wahrnehmung zwei verschiedene sensible Elemente des gelben Fleckes concurriren müssen.

Anscheinend ist dieser letztere Versuch ganz unabhängig von der Lichtintensität, und er ist es in der That auch in weit höherem Grade als

jener. Doch darf man sich die Schärfe und Reinheit der Netzhautbilder nicht von so hoher Ordnung denken, dass ihre Kleinheit bis zu jedem beliebigen Grade der Genauigkeit durch Zahlen ausgedrückt werden könnte. Ein Minimum von jenem Phänomen, welches man in grösserem Maassstabe mit dem Worte Irradiation bezeichnet, kommt ohne Zweifel schon beim genauesten und schärfsten Sehen vor, wodurch dann bedingt ist, dass die Netzhautbilder einen gewissen Grad der Kleinheit nicht erreichen oder überschreiten können. An dieser Grenze ist das kleinste Netzhautbild nicht mehr wie ein mathematischer Punkt, sondern wie ein (für unsere Vorstellung wenigstens) unendlich kleiner Fleck anzusehen, zu dessen Erleuchtung die einfallenden Lichtstrahlen nicht mehr mit vollkommener Regelmässigkeit concurriren, und dessen Form und Grösse von der Form und Grösse des leuchtenden Objektes einigermaassen unabhängig wird, von dessen Lichtstärke dagegen weit abhängiger bleibt.

Wir wollen noch anmerken, dass ein Erkennen von Grössenunterschieden nicht mehr als möglich gedacht werden kann, so lange das Netzhautbildchen nur ebenso gross oder kleiner ist als eine Stäbchenbreite am gelben Fleck. Nach unseren oben angenommenen Zahlen musste demnach in der Entfernung von drei Fuss ein Grössenunterschied zwischen Objekten von

0,00035 bis 0,0035 Zoll

nicht mehr erkennbar sein, wenn gleich die blosse Wahrnehmung solcher Bilder als möglich bereits zugegeben wurde.

Hieraus dürfte vielleicht weiter gefolgert werden, dass der Fehler oder die Schwankungen in der Bestimmung der kleinsten noch wahrnehmbaren Distanz zweier Objekte unter übrigens gleichen Beleuchtungsverhältnissen an dieselbe Grenze gebunden sei, und für die Entfernung von drei Fuss im Maximum

0,0035 Zoll

betragen könne.

In den von uns angeführten Versuchen betrug aber diese Schwankung, wie aus den gegebenen Zahlen ersichtlich ist, im Maximum:

0,0021 Zoll.

16.

Auf dieselbe Weise, wie wir bereits zwei partielle dioptrische Systeme zum ganzen System des Auges zusammengesetzt haben, lassen sich auch zwei oder mehrere ganze Systeme zu einem einzigen complicirteren System vereinigen. — Wir können daher unser berechnetes Auge auch noch mit Brillengläsern oder mit allen beliebigen anderen dioptrischen Instrumenten in Zusammenhang bringen, und es möge hier noch der Fall einer Bewaffnung des Auges mit einfachen Glas-Linsen eine kurze Erörterung finden.

In der gewöhnlichen Praxis wird die Berechnung der durch Brillengläser modificirten Verhältnisse des Sehaktes so ausgeführt, dass man die conjugirte Bildweite und Bildgrösse nach der Brechung in der Glaslinse sucht und die gefundenen Werthe unmittelbar als Objektweiten und Objektgrössen für das brillenbewaffnete Auge gelten lässt. Dieses Verfahren führte zu der allgemein bekannten schon von Haller — oder wohl auch schon vor seiner Zeit — angegebenen praktischen Regel: man müsse, um die scheinbare Bildweite zu finden, die wahre Entfernung des Objektes mit der Brennweite der Linse multipliciren und das Produkt durch die Differenz beider dividiren.

Diese Regel, welche nichts anderes ist als eine wörtliche Uebersetzung unserer wohlbekannten Buchstaben-Formel, mag in der That für die gewöhnlichen Fälle des täglichen Lebens ausreichen.

Wir haben gesehen, dass jene Formeln genau sind, wenn sie auf die Haupt-Ebenen eines dioptrischen Systems bezogen werden. Es würde demnach die obige Regel ebenfalls genau sein, wenn sie auf die Haupt-Ebenen des Auges bezogen würde und wenn diese Haupt-Ebenen durch das Hinzufügen einer beliebigen Linse ihren Platz unverändert behaupten könnten.

Das Letztere findet nun nicht Statt, und darum wird auch eine genauere Betrachtung der Lagenveränderungen der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen eines brillenbewaffneten Auges nicht überflüssig sein.

Wir wollen zunächst annehmen, die dem Auge hinzuzufügende Linse sei so beschaffen, dass die differente Lage ihrer beiden Hauptpunkts-Ebenen vernachlässigt werden könne, und wollen ferner annehmen, dass diese gemeinschaftliche Hauptpunkts-Ebene sechs Linien von dem ersten Hauptpunkte des Auges entfernt liege.

Berechnet man nun ein System, in welchem u^0 die negativ genommene inverse Brennweite der hinzuzufügenden Linse, u' die negativ genommene inverse vordere Brennweite des Auges bedeutet, und endlich t' den Werth von sechs Linien erhält, dann finden sich, wenn wir von den Verhältnissen unseres reducirten Auges ausgehen, als veränderte Lagen seiner Haupt- und Brennpunkts-Ebenen folgende Zahlenwerthe für

Sammel-Linsen:

φ	f	f*	E — N⁰	E* — N⁰	E* — E
XL	6,6902	8,9869	0,8913	0,9877	0,0964
XXIV	6,6837	8,9781	0,8854	0,9121	0,0267
XII	6,6676	8,9564	0,8709	0,7268	— 0,1441
VIII	6,6515	8,9348	0,8566	0,5416	— 0,3150
IV	6,6037	8,8706	0,8138	— 0,0088	— 0,8226
II	6,5101	8,7449	0,7299	— 1,0862	— 1,8161.

Die unter der Columne φ stehenden römischen Zahlen sollen die Brennweite der Glaslinsen in Par. Zoll anzeigen.

Durch das Hinzufügen einer Sammel-Linse verkürzen sich also die Brennweiten des Auges, d. h. das Auge wird kurzsichtig; zu gleicher Zeit rücken aber auch beide Hauptpunkte weiter vor, und zwar der zweite in schnellerem Verhältniss als der erste, so dass der zweite sehr bald seinen Platz vor dem ersten erhält und sich nun mit der abnehmenden Länge der Brennweite um immer grössere Abstände von dem ersten entfernt.

Wenn nach dem Grade der Kurzsichtigkeit und nach den Grössenverhältnissen der Netzhautbilder gefragt wird, dann würde darauf durch nachstehende Tabelle geantwortet werden können, in welcher die mit p bezeichnete Vertikalspalte die Sehweite, gerechnet von dem ersten Hauptpunkte des Auges, d. h. also den Grad der Kurzsichtigkeit, anzeigt.

Die andere Vertikalspalte gibt die Grösse des Netzhautbildchens in dem Sinne an, dass ein und dasselbe Objekt für die Entfernung von drei Fuss in dem unbewaffneten Auge ein Bild von einer Grösse = 1 macht und hernach in den entsprechenden Sehweiten (p) durch die Convexlinsen betrachtet die Grösse μ annimmt.

φ	p	μ
XL	19,3300″	1,8892
XXIV	14,8240″	2,4834
XII	9,4692″	3,9653
VIII	7,0273″	5,4472
IV	4,0884″	9,8941
II	2,3746″	18,7860.

Man ersieht hieraus, dass die scheinbare Bildgrösse etwas schneller wächst als die umgekehrten Werthe der wirklichen Objektfernen. Was diese letztere Distanz, nämlich die Sehweite des bewaffneten Auges (p) betrifft, so muss hier daran erinnert werden, dass diese Zahlen sich auf die stabile Adaption des unbewaffneten Auges für eine Entfernung von drei Fuss beziehen. Diese Annahme ist indessen nicht ganz richtig, denn es adaptirt sich das gesunde Auge, wenn es durch Sammellinsen hindurchsieht, für viel kürzere Entfernungen.

Um daher Berechnungen wie die obigen praktisch verwerthen zu können, müsste zuvor das Gesetz empirisch ermittelt und bekannt sein, nach welchem das Auge beim Durchsehen durch beliebige dioptrische Mittel seine accommodative Einstellung regulirt. Es wird zwar die Accomodation durch Benutzung von Sammellinsen nicht aufgehoben, doch scheint es, als ob ihre freie Thätigkeit dadurch einigermaassen behindert oder eingeschränkt werde, und erst bei längerer Uebung ganz oder theilweise wiedergewonnen werden könne.

17.

In einer ähnlichen Uebersicht wollen wir noch die Ortsveränderungen

per Haupt- und Brennpunkts-Ebenen anschaulich zu machen suchen, welche bedingt werden durch die Benützung von

Zerstreuungs-Linsen.

— φ	f	f*	E — N⁰	E* — N⁰	E* — E.
XL	6,7098	9,0131	0,9088	1,2127	0,3039
XXIV	6,7163	9,0219	0,9146	1,2879	0,3733
XII	6,7327	9,0439	0,9293	1,4768	0,5475
VIII	6,7492	9,0661	0,9440	1,6666	0,7226
IV	6,7991	9,1332	0,9888	2,2417	1,2529
II	6,9013	9,2704	1,0803	3,4176	2,3373.

Durch das Hinzufügen einer Zerstreuungs-Linse verlängern sich also die Brennweiten des Auges, d. h. das Auge wird weitsichtig. Zu gleicher Zeit weichen aber auch beide Hauptpunkte zurück, und zwar der zweite in schnellerem Verhältniss als der erste, so dass sich mit der zunehmenden Länge der Linsen-Brennweite der zweite Hauptpunkt um immer grössere Abstände von dem ersten entfernt.

Wenn nun die Verhältnisse des reducirten Auges hinter der Concavlinse unverändert bleiben, dann könnte ein solches Auge nur durch die Concavlinse von 40 Zoll Brennweite sehen, und zwar würden sich die Verhältnisse der Sehweite und der Vergrösserung, mit Beibehaltung der Bedeutung von p und μ, in folgender Weise herausstellen:

— φ	p	μ
XL	26,79 Fuss	0,1108.

Durch die übrigen Concavgläser würde das Auge hyperpresbyopisch, und seine Sehweite mithin jenseits unendlicher Ferne gelegen sein.

Wollte man das reducirte Auge durch Verlängerung der Glaskörperaxe in ein myopisches Auge verwandeln, und nun die Frage stellen, wie gross diese Verlängerung sein müsse, wenn durch Concavgläser die Sehweite auf drei Fuss corrigirt werden sollte, und wie sich unter diesen Verhältnissen die Bildgrösse verhalte, dann würde gefunden werden:

— φ	R* — N⁰	μ
XL	10,3677	1,0015
XXIV	10,4520	1,0024
XII	10,6636	1,0049
VIII	10,8762	1,0074
IV	11,5206	1,0148
II	12,8381	1,0301.

Wollte man dagegen die Frage beantwortet wissen, um wie viel die Sehweite durch Concavgläser hinausgerückt werde, wenn wegen einer grösseren Länge der Glaskörperaxe die Sehweite des unbewaffneten Auges nicht in drei Fuss, sondern in fünf oder sechs Zoll gelegen wäre, dann würde man folgende Zahlen finden:

$-\varphi$	Sehweite bei einer Länge der opt. Axe $R^* - N^0$ = 11,2125	= 11,0108
∞	5 Zoll	6 Zoll
XL	5,667″	6,979″
XXIV	6,153″	7,763″
XII	7,896″	10,914″
VIII	11,190″	15,011″.

Doch muss auch hier die Bemerkung hinzugefügt werden, dass diese Zahlen nur so lange richtig sind, als das unbewaffnete Auge hinter der Zerstreuungslinse auch wirklich für die angegebene Distanz adaptirt bleibt, und nicht etwa durch innere Veränderungen seine Adaptionsweite abändert.

Wenn durch das Hinzufügen eines Concavglases ein beliebiges Auge hyperpresbyopisch gemacht wird, dann ist dadurch für ein zweites beobachtendes Auge die Möglichkeit gegeben, den Augengrund jenes ersteren sehen zu können, vorausgesetzt, dass zugleich die Bedingungen einer hinreichenden Beleuchtung des Augengrundes erfüllt seien. Es würden dann für ein Netzhautelement von einer Grösse = 1 die Orts- und Grössenverhältnisse seines Bildes sich folgendermaassen verhalten:

$-\varphi$	$-p$	$\frac{1}{m}$
XXIV	73,290 Zoll	131,9571
XII	17,613 „	32,3924
VIII	9,818 „	18,4570
IV	4,000 „	8,0596.

Die mit $\frac{1}{m}$ bezeichnete Spalte gibt die scheinbare Bildgrösse. Wollte man die absoluten Raumverhältnisse kennen, die ein solches Bild auf der Netzhaut des Beobachtenden einnimmt, dann müssten die Verhältnisse der Sehweite des Beobachtenden noch mit in Rechnung gebracht werden. Wenn es sich um ein und denselben Beobachter handelt, dann sind die Verhältnisse der Sehweite seines Auges durch accommodative Veränderungen zu reguliren; wenn es sich dagegen um verschiedene Beobachter handelte, deren Augen zwar dieselben optischen Constanten, aber eine durch grössere Länge der Glaskörperaxe bedingte kürzere Sehweite hätten, dann würden hiernach die absoluten Grössenverhältnisse der Netzhautbilder (welche allein einen richtigen Maassstab für die Möglichkeit des Erkennens einer grösseren Anzahl von Einzelnheiten auf ein und dieselbe Grösseneinheit des Objekts abgeben), bestimmt werden müssen.

Ueber diese letzteren Verhältnisse wollen wir noch eine kurze Tabelle hinzufügen, in welcher die Distanz des ersten Hauptpunktes des beobachtenden Auges von der Correctionslinse ebenfalls gleich sechs Linien, oder

die Distanz der beiden ersten Hauptpunkte der beiden Augen gleich einem Zoll angenommen wurde.

R* — N⁰	Sehweite		μ
10,1681	74,295	Zoll	0,4817
10,3783	18,613	„	1,9672
10,5897	10,818	„	3,4617
11,3723	5,000	„	8,1076.

Man sieht hieraus, dass ein Beobachter, dessen Sehweite in der angegebenen Weise fünf Zoll beträgt, eine Grösseneinheit der Netzhaut um mehr als achtmal grösser sehen würde wie einer, dessen Sehweite für dieselben Constanten des Auges drei Fuss entfernt wäre.

Endlich könnten noch die dioptrischen Eigenschaften des beobachtenden Auges auf mehrfache Weise in Betracht gezogen werden. Diese Betrachtungen würden uns aber nöthigen, in ein allzu weitläufiges Detail einzugehen.

Wir wollen hier nur noch kurz bemerken, dass die Verbindung des Auges mit anderweitigen, complicirteren optischen Instrumenten genau auf dieselbe Weise auszuführen sei, wie dessen Verbindung mit einer einfachen Glaslinse, nur wird in den meisten Fällen die Berücksichtigung der discreten Lage beider Haupt-Ebenen des Instrumentes erforderlich sein. — Hieraus kann aber keine weitere Schwierigkeit hervorgehen. Es wäre darum überflüssig, etwas Specielles darüber zu bemerken; auch würden derartige Bemerkungen in einem Abschnitte, welcher von den Eigenschaften dioptrischer Instrumente handelt, einen geeigneteren Platz finden.

18.

Wenn nun das unbewaffnete Auge für eine Entfernung von drei Fuss adjustirt bleibt, dann müssen die Bilder weiter entfernter Objekte vor die Netzhaut fallen, und dasjenige, was auf die Netzhaut selbst gelangt, sind die geradlinig weitergehenden Lichtstrahlen, oder — wenn man lieber will — die fortgepflanzten Lichtwellen, welche auf der Netzhaut ein Zerstreuungsbild formiren.

Setzen wir zunächst voraus, das Objekt sei so klein, dass dessen Grösse vernachlässigt werden könne, dann wird das Zerstreuungsbild ein einfacher Kreis: Zerstreuungskreis sein, dessen Durchmesser aus einer einfachen geometrischen Proportion gefunden werden kann. Es muss sich nämlich die Entfernung des Bildpunktes von der Irisebene zu seiner Entfernung von der Netzhaut verhalten, wie die Pupillarweite zu dem gesuchten Durchmesser des Zerstreuungskreises. Wollte man in aller Strenge verfahren, dann müsste freilich die doppelte Brechung in der Krystall-Linse noch mit in Anschlag gebracht werden, welche ihrem Effekte nach einer etwas Weniges grösseren Pupillarapertur sehr nahe kommen würde. Da aber der Pupillarapertur selbst schon eine sehr schwankende und willkührliche

Grösse beigelegt werden muss, so kann dagegen die Brechung in der Krystall-Linse als unerheblich vernachlässigt werden.

Denken wir uns nun die Regenbogenhaut mit der Vorderfläche der Linse in ein und derselben Ebene gelegen, und nehmen wir die Länge der optischen Axe des Auges so, wie sie Art. 14 gefunden worden ist:

$$R^* - N^0 = 10,2415$$

dann würde die Entfernung der Iris von der Hornhaut

$$= 1,6 \text{ Lin.}$$

und ihre Entfernung von der Netzhaut

$$= 8,6415$$

anzunehmen sein.

Die Pupillarweite selbst wollen wir ziemlich klein, nämlich:

$$= 1,2 \text{ Lin.}$$

annehmen.

Es findet sich, wenn wir den Durchmesser des Zerstreuungskreises mit k bezeichnen:

		p	p*	k
100 Schritt	=	36000 Lin.	9,0017	0,01973
30 Fuss	=	4320 „	9,0140	0,01797
10 „	=	1440 „	9,0421	0,01382
6 „	=	864 „	9,0703	0,00997
4 „	=	576 „	9,1059	0,00496.

Wenn nun das gesunde und ruhende Auge, wie wir anzunehmen geneigt sind, nicht für die unendliche Ferne adaptirt ist, sondern vielmehr einen endlichen Grenzpunkt der Accommodationsweite hat, dann würden die berechneten Zerstreuungskreise einen Maassstab für die Undeutlichkeit des Sehens geben, wenn der Adaptionspunkt des Auges drei Fuss von demselben entfernt läge (33). Mit der Distanz-Zunahme des Fernpunktes vom Auge wird aber die Grösse der Zerstreuungskreise in rascher Proportion abnehmen.

Will man die Annahme gelten lassen, dass das gesunde Auge für das Sehen in die unendliche Ferne nicht adaptirt, ja vielleicht nicht einmal adaptirbar sei, dann ist ersichtlich, wie unsicher die Messung des kleinsten Gesichtswinkels ausfallen muss, wenn der Versuch in solcher Weise angestellt wird, dass man die Entfernung sucht, in welcher ein einfacher Gegenstand von bekannter Grösse jenseits der Grenzen der Accommodation verschwindet. Liesse sich der Versuch so einrichten, dass mit der wachsenden Entfernung den Gegenständen selbst eine zunehmende Lichtintensität gegeben würde, dergestalt, dass bei jedem Versuch eine gleich- und hinreichend grosse Lichtmenge in das Auge des Beobachters gelangte, dann würde offenbar mit der wachsenden Entfernung des Gegenstandes der Gesichtswinkel abnehmen müssen, und man würde in grösseren Entfernungen jenseits der Accommodationsweite kleinere Objekte in grösserer Ent-

fernung wahrnehmen können, weil mit der wachsenden Entfernung die Durchmesser der Zerstreuungskreise selbst wachsen. — Dieser Umstand erklärt es hinreichend, dass die verschiedenen Beobachter bei diesem Versuche zu so unglaublich verschiedenen Resultaten gelangt sind, ohne dass man darum an der Richtigkeit ihrer Beobachtungen zu zweifeln genöthigt wäre. — Je nach der Wahl oder je nach der Lichtintensität des zur Beobachtung dienenden Objektes musste man bei diesen Versuchen zu anderen und anderen Resultaten kommen.

19.

Es bleibt uns noch übrig zu zeigen, wie das Zerstreuungsbild irgend eines Objektes von bekannter Grösse zu finden sei, wenn dasselbe in unpassender Accommodationsweite gelegen ist.

Um den Fall ganz allgemein zu betrachten, wollen wir die Entfernung des Bildes von der Regenbogenhaut mit dem Buchstaben d und dessen Entfernung von der Netzhaut mit δ, die Pupillarapertur mit o und endlich die Bildgrösse mit μ bezeichnen. Der grosse Zerstreuungskreis, welcher überhaupt Licht erhält (der Zerstreuungskreis des Halblichtes), möge mit K, der kleinere (der Zerstreuungskreis des Kernlichtes), möge mit k bezeichnet werden.

Es ist aber:

$$o + \mu : d = \mu : x$$

und

$$x : \mu = \delta : K - \mu$$

woraus gefunden wird:

$$K = \frac{\mu\,(d + \delta) + o\,\delta}{d}$$

Aus einer ähnlichen, zusammengesetzten geometrischen Proportion wird man k finden. Es ist nämlich:

$$o - \mu : d = \mu - k : \delta$$

und

$$k = \frac{\mu\,(d + \delta) - o\,\delta}{d}$$

Die Breite des Zerstreuungsrandes würde sich aber ausdrücken durch

$$\frac{K - k}{2} = \frac{o\,\delta}{d}$$

ein Ausdruck, welcher mit dem Werthe von k, nach seiner Bedeutung in dem vorhergehenden Art., offenbar identisch ist.

Wenn in die obigen Formeln für k und K

$$\delta = o$$

gesetzt wird, dann wird auch

$$k = K = \mu$$

d. h. das Bild hat gar keinen Zerstreuungsrand und erscheint vollkommen scharf. Je grösser die Differenz zwischen k und K, um so breiter ist der Zerstreuungsrand, um so undeutlicher das Sehen.

Die numerische Bestimmung der obigen Ausdrücke ist so leicht, dass wir es für überflüssig halten eine gerechnete Uebersicht zu geben. Eine gerechnete Uebersicht würde übrigens nur dann von einigem Interesse sein, wenn gleichzeitig die Lichtintensität der Zerstreuungsränder mit in Rechnung gebracht werden könnte. Diese Lichtintensität ist aber centrifugal-abnehmend; es müsste daher das Gesetz der Licht-Abnahme mit berücksichtigt werden, woraus gefunden würde, dass die Lichtstärke eines aliquoten peripherischen Theiles der Zerstreuungsränder immer der Null gleichzusetzen und zu vernachlässigen ist; und woraus dann ferner hervorgehen würde, dass die Breite der bemerkbaren Zerstreuungsränder kleiner anzunehmen ist, als sie nach dem oben angegebenen Verfahren gefunden wird. Eine derartige Rechnung lässt sich aber nicht leicht ausführen ohne Hülfe der höheren Analyse. Im Uebrigen wollen wir noch bemerken, dass unter der Voraussetzung hinreichender Lichtstärke die Vergleichung der Breite der Zerstreuungsränder mit den in dem Art. 15 gefundenen Zahlen nicht ohne Interesse ist; indem daraus — theoretisch wenigstens — gefolgert werden könnte, unter welchen Bedingungen die Zerstreuungsränder als Solche unterscheidbar werden und unter welchen Bedingungen sie nur eine mehr oder minder merkliche Störung in der Schärfe des Sehens verursachen. — Im Allgemeinen sind aber die Zerstreuungsränder sehr lichtarm; daher kommt es, dass Zerstreuungsränder, welche ihrer Breite nach ausserordentlich störend auf die Schärfe des Sehens influiren müssten, oft kaum oder gar nicht bemerkbar werden, wovon man sich durch entsprechende Versuche genügend überzeugen kann.

Wollte man annehmen, dass ein lichtarmer Zerstreuungsrand, dessen Breite etwa nur $^2/_3$ einer Stäbchenbreite des gelben Fleckes gleich wäre, noch keine merkliche Störung im Sehakt bewirke, dann würde sich der Accommodationsspielraum berechnen lassen, innerhalb dessen ein Unterschied in der Deutlichkeit des Sehens nicht stattfindet.

Es sei z. B.

$$\frac{K-k}{2} = 0{,}0004.$$

Es sei ferner, wie oben schon angenommen wurde:

$$d \pm \delta = 8{,}6415$$
$$o = 1{,}2.$$

dann findet sich aus

$$\frac{o\,\delta}{d} = 0{,}0004$$
$$\pm\,\delta = 0{,}0027.$$

Um diese kleine Distanz dürfte daher das Netzhautbildchen vor oder hinter die sensible Stelle der Netzhaut fallen, ohne dass daraus bemerkbare Nachtheile für das Sehen hervorgehen könnten. Diese kleine Differenz entspricht aber in der Entfernung von drei Fuss einer conjugirten Differenz von etwa acht Linien, woraus hervorgeht, dass für die genannte Entfernung in dem Spielraum von acht Linien eine genaue Accommodation weder nöthig noch möglich ist.

In grösseren Entfernungen oder bei grösserer Lichtarmuth der Zerstreuungsränder würde der todte Spielraum der Accommodation noch weit beträchtlicher werden.

20.

Es wird gut sein, uns schliesslich noch ganz im Allgemeinen einen Ueberblick über die veränderte Lage der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen zu verschaffen, wenn in den gegebenen Voraussetzungen gewisse Veränderungen eintreten.

Sowohl für das ganze Auge, wie auch für dessen beide componirenden Elemente hatten wir der Form nach genau dieselben Ausdrücke der Constanten; nämlich:

$$g = u^0 t' + 1$$
$$h = t'$$
$$k = u^0 t' u' + u^0 + u'$$
$$l = u' t' + 1.$$

Bei dem Krystallkörper, welchen wir als eine biconvexe von gleichen und schwächer brechenden Mitteln umgebene Linse voraussetzen, kann der Werth von u^0 und u' nie anders als negativ, derjenige von t' nie anders als positiv ausfallen. Es war aber:

$$u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0}$$
$$u' = -\frac{n^0 - n'}{-r'}.$$

Wenn also der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche (r^0) grösser, die Krümmung daher flacher wird, muss u^0 kleiner werden; umgekehrt, wenn r^0 kleiner wird, muss u^0 wachsen.

Wenn aber u^0 kleiner wird, dann muss

$$k = u^0 (t'u' + 1) + u'$$

ebenfalls kleiner werden, vorausgesetzt, dass $(t'u' + 1)$ positiv, oder

$$1 > t'u'$$

sei.

Die Brennweite der Linse muss daher unter dieser Bedingung an Länge zunehmen.

Der Ausdruck:

$$\frac{1-g}{k} = \frac{u^0 t'}{u^0 t' u' + u^0 + u'}$$

$$= \frac{t'}{t'u' + 1 + \frac{u'}{u^0}}$$

muss aber unter derselben Bedingung nothwendigerweise ebenfalls kleiner werden, weil $\frac{u'}{u^0}$ grösser geworden ist.

Es wird daher, wenn sich die Vorderfläche der Linse abflacht, nicht nur die Brennweite zunehmen, sondern es wird auch *die Distanz des zweiten Hauptpunktes von der Hinterfläche der Linse kleiner werden.*

Da ferner:

$$1 - l$$

unverändert bleibt; k dagegen kleiner geworden ist, so muss die Distanz des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche der Linse:

$$\frac{(1-l)}{k}$$

grösser werden.

Beide Hauptpunkte rücken daher in diesem Falle der hinteren Fläche der Linse etwas näher, der zweite jedoch mehr als der erste, so dass der gegenseitige Abstand beider Hauptpunkte grösser wird.

Ganz auf dieselbe Weise wird sich auch beweisen lassen, dass die Brennweite zunehmen und dass die beiden Hauptpunkte der Vorderfläche der Linse sich nähern müssen, wenn die hintere Krümmung der Linse flacher wird, und umgekehrt. Dem Wachsen der Brennweite steht indess auch hier eine Bedingungsgleichung, nämlich:

$$1 > t'u^0$$

entgegen.

Diese beiden Bedingungsgleichungen besagen mit anderen Worten, dass beide Hauptpunkte in's Innere der Linse fallen müssen. Es genügt indess hier anzuführen, dass diese Bedingung bei der menschlichen Krystall-Linse, oder — allgemeiner gesagt — bei jeder biconvexen Linse, welche von gleichen aber schwächer brechenden Mitteln umgeben ist, immer statt finde. Die übrigen noch möglichen, den natürlichen Verhältnissen der Linse jedoch fremden Bedingungen, brauchen wir nicht weiter aufzusuchen.

Wenn der Brechungsindex der Krystall-Linse im Verhältniss zu den umgebenden Mitteln *grösser wird*, dann müssen die (negativ bleibenden) u^0 und u' grösser, t' dagegen kleiner werden.

Um den Einfluss dieser Veränderung richtig zu beurtheilen, müssen wir bedenken, dass der Ausdruck für k aus einem positiven und einem negativen Theil besteht. Das Glied $u^0 t' u'$ muss positiv werden, weil t' essentiell positiv ist, u^0 und u' dagegen negativ sind.

Die menschliche Linse hat aber eine positive Brennweite; es muss daher k immer negativ sein, woraus folgt:

$$u^0 + u' > u^0 t' u'.$$

Es wäre zu beweisen, dass $u^0 + u'$ in rascherem Verhältniss wächst als $u^0 t' u'$, wenn der Brechungsindex der Linse zunimmt; denn da unter diesen Verhältnissen die Brennweite der Linse sich verkürzt, so muss der negative Theil von k grösser werden. Wir wollen uns mit der Beweisführung dieser allzu bekannten Thatsache nicht aufhalten und setzen voraus, es sei ausser Zweifel, dass k mit dem zunehmenden Brechungsindex der Linse wachse.

Für die Bestimmung der Lage der Hauptpunkte haben wir:

$$\frac{1-g}{k} = \frac{u^0 t'}{u^0 t' u' + u^0 + u'}$$

$$= \frac{1}{u' + \frac{1}{t'} + \frac{u'}{u^0 t'}}$$

Der Faktor $\frac{u'}{u^0}$ bleibt bei den Veränderungen von n unberührt, denn unter der Voraussetzung, dass die biconvexe Linse von *gleich stark brechenden* Mitteln umgeben sei, wird

$$\frac{u'}{u^0} = \frac{r^0}{r'}$$

Da nun u' grösser, t' kleiner werden muss mit dem Wachsthum von n, so ist klar, dass der Nenner des obigen Bruches grösser, mithin der Bruch selbst oder der Ausdruck

$$\frac{1-g}{k}$$

kleiner wird. Genau auf dieselbe Weise lässt sich beweisen, dass auch

$$\frac{1-l}{k}$$

kleiner werden müsse.

Die beiden Hauptpunkte nähern sich daher ihren gleichnamigen Flächen, wenn der Brechungsindex der Linse zunimmt; ihr gegenseitiger Abstand wird grösser.

Es bleibt noch übrig zu zeigen, welche Veränderungen statt finden, *wenn die Dicke der Linse wächst.* Zunächst wird dadurch nur t' verändert und zwar vergrössert. Daraus folgt für den Werth von k, dass der positive Theil desselben grösser, der essentiell grössere und negative Theil kleiner, und folgeweise die Brennweite grösser werde.

Die Ausdrücke

$$1 - g \text{ und } 1 - l$$

müssen beide wachsen, und da sie überdiess noch durch ein kleineres k zu dividiren sind, wenn man die Entfernung der Hauptpunkte von den gleichnamigen Trennungsflächen finden will, so werden diese letzteren Distanzen jedenfalls zunehmen müssen.

Mit der Dickenzunahme der Linse wächst daher die Brennweite. Die Entfernung der Hauptpunkte von ihren gleichnamigen Flächen wird grösser.

21.

Ganz ähnliche Betrachtungen lassen sich nun auch über die Hornhaut in ihrer Verbindung mit der vorderen Kammer anstellen, nur darf nicht übersehen werden, dass für diesen Fall u′ positiv wird, wodurch sich die Folgerungen in einigen Punkten etwas anders gestalten.

Die Entwickelung dieser Folgerungen wollen wir dem Leser überlassen; dagegen wollen wir über die Verbindung beider Elemente zum ganzen System des Auges unter Voraussetzung gleicher Brechungsquotienten für Glaskörper und Kammerwasser noch einige Bemerkungen hinzufügen.

Die Brechungsquotienten werden nun so bezeichnet, wie im Abschn. III. 11, nämlich

$$n^0 = \frac{1}{n'} \text{ und}$$

$$n' = n^* = 1$$

wird.

Für die Constanten haben wir der Form nach dieselben Ausdrücke, nur bedeuten hier die Buchstaben u^0 und u' die negativ genommenen inversen Werthe der Brennweiten und sind beide wieder essentiell negativ; t' dagegen bedeutet jetzt unmittelbar die Distanz des ersten Hauptpunktes der Linse von der Vorderfläche der Hornhaut.

Verkürzt sich nun die Brennweite des ersten Elementes, — gleichviel, ob wegen einer stärkeren Hornhautkrümmung, oder wegen stärkerer Brechung in der Hornhaut, oder in dem Kammerwasser — dann verkürzt sich die hintere Brennweite des Auges. Die vordere Brennweite verkürzt sich zwar ebenfalls, bleibt aber überdies noch von dem Index des Kammerwassers abhängig. Es wird nämlich die hintere Brennweite:

$$f^* = -\frac{n^*}{k} = -\frac{1}{k}$$

kleiner werden, gleichviel ob

$n' - n^0$ grösser, oder ob

r^0 kleiner geworden, oder

ob beides gleichzeitig stattgefunden habe; dagegen wird die vordere Brennweite:

$$f = -\frac{n^0}{k} = -\frac{1}{n' k}$$

offenbar um so kleiner werden, je grösser n' ist.

Bei gleicher Hornhautkrümmung wird also die vordere Brennweite um so kürzer, je höher der Brechungsindex, welchen man für die Hornhaut und für das Kammerwasser statuirt hat.

Der zweite Hauptpunkt wird sich in ähnlicher Weise der Vorderfläche um eine kleine Grösse nähern, welche lediglich von der Brennweite des ersten Elementes abhängig ist.

Die Lage des ersten Hauptpunktes wird sich zwar der vorderen Hornhautfläche gleichfalls etwas nähern, wegen der verkürzten Brennweite des ersten Elementes; sie wird sich derselben aber um so mehr nähern, je grösser bei flacherem Baue der Hornhaut der Index derselben in Verbindung mit dem Kammerwasser angenommeu wird. Es bleibt nämlich

$$1 - l$$

unverändert, dagegen wird, wegen des grösseren k,

$$\frac{1 - l}{k}$$

kleiner und überdies noch

$$\frac{n^0 (1 - l)}{k} = \frac{(1 - l)}{n' k}$$

um so kleiner werden, je grösser n' ist.

Wenn aber der zweite Hauptpunkt der vorderen Hornhautfläche näher rückt und überdies noch die zweite Brennweite sich verkürzt, dann ist es wohl einleuchtend, dass das Auge kurzsichtiger werden muss.

Ueber die Brennweite des zweiten Elementes gilt im Allgemeinen dasselbe, was mit Bezug auf die Länge des Krümmungshalbmessers der zweiten Fläche einer biconvexen Linse gesagt wurde. Wir halten es daher für überflüssig, das dort Besprochene mit Bezug auf das ganze Auge zu wiederholen.

Endlich bleibt noch über das Wachsen oder Abnehmen der mit t' bezeichneten Grösse, welches in dem zusammengesetzten Auge und bei unveränderter Form und Brennweite der Krystall-Linse mit einer Ortsveränderung derselben gleichbedeutend ist, zu bemerken, dass beim Vorrücken der Linse die beiden Brennweiten des Auges *kleiner*, beim Zurückweichen derselben die beiden Brennweiten des Auges *grösser* werden müssen. Zu gleicher Zeit müssen aber auch die beiden Hauptpunkte beim Vorrücken der Krystall-Linse sich ihren gleichnamigen Trennungsflächen nähern, beim Zurückweichen der Krystall-Linse sich von denselben entfernen. Hiebei bleibt es an und für sich noch unbestimmt, ob die Entfernung des zweiten Brennpunktes von der *ersten* Trennungsfläche

wachse, abnehme oder gleich gross bleibe; ob also das Auge dadurch weitsichtig oder kurzsichtig werde, oder ob seine Adaptionsweite unverändert bleibe.

Es wird aber das Auge kurzsichtiger, wenn — unter übrigens unveränderten Voraussetzungen — die Linse einen Platz erhält, welcher der Hornhaut näher liegt.

Um den Beweis hievon zu geben, so weit er sich allgemein durchführen lässt, wollen wir annehmen, dass der Werth von ι' abgenommen habe, um eine Grösse, welche wir mit τ' bezeichnen wollen. In Folge davon soll der Werth von k sich verändern, um eine Grösse, welche ε heissen möge.

Wir haben aber:

$$k = u^0 \iota' u' + u^0 + u'.$$

Diese Gleichung verwandelt sich in Folge der eingetretenen Veränderung in

$$k - \varepsilon = u^0 u' (\iota' - \tau') + u^0 + u'.$$

Es ist daher:

$$\varepsilon = u^0 \tau' u'.$$

Da die Krystall-Linse für sich unverändert bleibt, so werden auch ihre Haupt- und Brennpunkts-Ebenen unverändert bleiben und nur mit der Ortsveränderung der Linse ihren Ort relativ zu den übrigen Trennungsflächen der Augenmedien verändern können.

Die Entfernung des zweiten Brennpunktes unseres ganzen Auges (F*) von dem zweiten Hauptpunkte der Krystall-Linse (welchen wir hier mit J bezeichnen wollen) wird sein

$$J - F^* = \frac{g}{k}$$
$$= \frac{u^0 \iota' + 1}{k}$$

In Folge des um τ' kleiner gewordenen Werthes von ι' wird aber die Entfernung des zweiten Brennpunktes des ganzen Auges (F**) von dem zweiten Hauptpunkte der Linse:

$$J - F^{**} = \frac{u^0 \iota' + 1 - u^0 \tau'}{k - \varepsilon}$$

$$= \frac{u^0 \iota' + 1}{k - \varepsilon} - \frac{\frac{\varepsilon}{u'}}{k - \varepsilon}$$

Der Erste dieser beiden Werthe lässt sich aber auch in folgender Weise schreiben:

$$\frac{u^0 \iota' + 1}{k - \varepsilon} = \frac{u^0 \iota' + 1}{k} + \frac{\varepsilon (u^0 \iota' + 1)}{k (k - \varepsilon)}$$

Es ist demnach der Unterschied jener beiden Entfernungen von ein und demselben fixen Punkte (J) der Linse:

$$F^{**} - F^{*} = - \frac{\varepsilon \left((u^0 \iota' + 1) - \frac{k}{u'} \right)}{k\,(k - \varepsilon)}$$

$$= \frac{\varepsilon \left(\frac{u^0}{u'} \right)}{k\,(k - \varepsilon)}.$$

Dieser Ausdruck kann aber nicht negativ werden, so lange u^0, u' und k gleiche Vorzeichen haben. Mithin wird bei kleiner werdendem t' die Entfernung des zweiten Brennpunktes von dem zweiten Hauptpunkte der Linse grösser werden.

Dieser zweite Hauptpunkt der Linse ist aber in dem letzteren Falle der Hornhaut um eben so viel näher gerückt wie die Linse selbst, nämlich um die kleine Grösse τ'.

Wenn demnach das Auge durch die stattgehabte Veränderung wirklich kurzsichtig wird, dann muss auch folgende Bedingungsgleichung erfüllt sein:

$$\tau' > \frac{\varepsilon \left(\frac{u^0}{u'} \right)}{k\,(k - \varepsilon)}$$

welche sich auch, weil

$$\varepsilon = u^0 u' \tau'$$

ist, in folgender Form ausdrücken lässt:

$$1 > \frac{u^0 u^0}{kk - k u^0 u' \tau'}$$

d. h. es muss der zur Rechten stehende Werth ein ächter Bruch sein.

Die näheren Bedingungen, unter denen dieser Werth ein ächter Bruch werden muss, sollen hier nicht näher aufgesucht werden; dagegen wollen wir beispielshalber die Zahlenwerthe unseres schematischen Auges (Abschn. III. 11.) in diese Formel einführen. Es war aber dort

$$u^0 = - \frac{1}{14}.$$

$$k = 0{,}1114285.$$

Es ist daher

$$\frac{u^0 u^0}{kk} = 0{,}4109$$

mithin kleiner als 1.

Es ist aber offenbar

$$\frac{u^0 u^0}{kk} > \frac{u^0 u^0}{kk - k u^0 u' \tau'}$$

mithin um so mehr:

$$1 > \frac{u^0 u^0}{kk - ku^0 u' \tau'}$$

Es muss demnach für die angenommenen Zahlen das Auge kurzsichtig werden, wenn die Linse der Hornhaut näher gerückt wird.

22.

Wenn das bisher Gesagte zunächst nur dazu dienen sollte, die verschiedene Lage der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen für individuell verschiedene Krümmungen, Brechungscoefficienten und gegenseitige Abstände der brechenden Medien des Auges zu zeigen, so wollen wir nun noch speciell die durch accommodative Veränderungen bedingten Unterschiede in der Lage jener Punkte aufsuchen.

Wir betrachten zu diesem Zwecke die Accommodation für die Nähe als lediglich bedingt durch eine stärkere Wölbung und durch ein Vorwärtsrücken der vorderen Linsenfläche, indem wir die Orts- und Formveränderungen der hinteren Linsenfläche und Alles, was ausserdem etwa noch in den dioptrischen Faktoren des Auges durch accommodative Anstrengung verändert wird, als unerheblich oder als unbekannt vernachlässigen.

Zunächst werden durch die Verkürzung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche — wie wir bereits wissen — der Brennpunkt sowohl wie die beiden Hauptpunkte näher an die vordere Linsenfläche herangezogen, und zwar, da der zweite Hauptpunkt in einem grösseren Verhältniss durch diese Lagenveränderung betroffen wird als der erste, muss gleichzeitig eine gegenseitige Annäherung beider Hauptpunkte zu Stande kommen.

Durch die geringe Dickenzunahme der Linse werden zwar Veränderungen bedingt, welche den obigen theilweise entgegengesetzt sind, doch bleiben jene ersteren überwiegend, so lange man sich nicht allzuweit von den durch Helmholtz gemessenen Veränderungen entfernt. Durch die Dickenzunahme würde nämlich die Brennweite um ein Geringes verlängert, während von den Hauptpunkten der zweite sich der Vorderfläche der Linse etwas nähern, der erste dagegen sich von derselben um etwas entfernen würde.

Es wird demnach gewiss eine gegenseitige Annäherung beider Hauptpunkte und eine Annäherung des zweiten Hauptpunktes an die Vorderfläche der Linse statt finden. Die Ortsveränderung des ersten Hauptpunktes, welche nach zwei entgegengesetzten Richtungen statt findet, bleibt zweifelhaft. Es lässt sich etwas Genaueres darüber nicht angeben, ohne für das Dickenwachsthum und die Krümmungsveränderung bestimmte Ver-

hältnisswerthe einzuführen, was nach den wenigen bis jetzt vorliegenden Messungen wohl kaum als zulässig angesehen werden darf.

In Summa wird *die Brennweite der Linse sich verkürzen und ihre Hauptpunkte werden wohl beide näher an die vordere Linsenfläche herangezogen.*

Da nun der Ort der hinteren Linsenfläche als unveränderlich angesehen wird, so rücken die beiden Linsen-Hauptpunkte auch der Vorderfläche der Hornhaut näher, und es muss — dem Gesagten zufolge — diese Annäherung etwas mehr betragen als die Dickenzunahme der Linse.

Nehmen wir hierzu noch die verkürzte Linsen-Brennweite und suchen die Veränderungen, welche daraus für die Lage der Haupt- und Brennpunktsebenen des ganzen Auges hervorgehen, dann ergibt sich Folgendes:

Durch die verkürzte Brennweite der Krystall-Linse wird zunächst eine Verkürzung beider Brennweiten des ganzen Auges bedingt. Diese Verkürzung wird unterstützt durch die Annäherung des ersten Linsen-Hauptpunktes an die Vorderfläche der Hornhaut.

Die beiden Hauptpunkte des ganzen Auges werden aber, wegen Verkürzung der Linsen-Brennweite, *von der vorderen Hornhautfläche zurückweichen, und zwar der erste mehr als der zweite; so dass zugleich eine gegenseitige Annäherung beider Hauptpunkte erfolgen muss. — Dagegen wird,* wegen der Annäherung des ersten Hauptpunktes der Linse an die Vorderfläche der Hornhaut, *der erste Hauptpunkt des ganzen Auges sich der Vorderfläche der Hornhaut nähern, der zweite sich von derselben entfernen.*

In Summa wird durch die vorausgesetzte accommodative Veränderung *der erste Hauptpunkt des Auges seine Lage nur wenig verändern, der zweite dagegen unbedingt sich von der Hornhaut entfernen, so dass der gegenseitige Abstand beider Hauptpunkte grösser wird. Die beiden Brennweiten des Auges werden aber verkürzt.*

Es versteht sich wohl noch nicht ganz von selbst, dass bei solcher Lagenveränderung der Haupt- und Brennpunkte des Auges und bei unverändertem Abstande der Netzhaut von der vorderen Hornhautfläche das Objekt dem Auge näher gebracht werden muss, wenn dessen optisches Bild auf die Netzhaut fallen soll. Denn durch das Zurückweichen des zweiten Hauptpunktes von der vorderen Hornhautfläche kann, bei verkürzter Brennweite, die Lage des zweiten Brennpunktes ganz unbestimmt bleiben. Durch Substitution der hier in Frage kommenden Zahlen wird man sich aber leicht überzeugen, dass die Differenz in der Lage des zweiten Hauptpunktes immer viel kleiner wird, als die Differenz der Länge der zweiten Brennweite, dass mithin das Auge durch die vorausgesetzte Veränderung wirklich kurzsichtig wird.

Für die nähere Bestimmung der Vergrösserungsverhältnisse bei verschiedener accommodativer Einstellung des Auges können wir uns mit Vortheil der Formeln im Abschn. I. 11. bedienen, von denen wir bisher noch keinen Gebrauch gemacht haben.

Es war aber

$$\frac{\eta^*}{\eta} = \frac{s^*}{s}$$

woraus gefolgert werden kann, dass s^*, oder die Entfernung des zweiten Knotenpunktes von der Netzhaut, eine Constante sein muss, wenn für alle accommodativen Einstellungen des Auges der Gesichtswinkel gleich gross bleiben soll.

Es ist aber

$$s^* = p^* + f\left(\frac{n^0 - n^*}{n^0}\right)$$

woraus weiterhin hervorgeht, dass unter derselben Voraussetzung die Summe

$$p^* + f\left(\frac{n^0 - n^*}{n^0}\right)$$

ebenfalls ihren Werth nicht ändern könne. Dagegen kann p^* und f für sich genommen sehr wohl einer Aenderung fähig sein.

Wenn aber angenommen wird, dass der hintere Pol des Auges seinen Ort nicht ändert, so kann für das scharfe und deutliche Sehen jede Veränderung von p^* nur die Lage des zweiten Hauptpunktes treffen. Wird p^* kleiner, dann heisst dies, dass der zweite Hauptpunkt sich von der vorderen Fläche der Hornhaut entfernt; wird p^* grösser, dann heisst dies, dass der zweite Hauptpunkt sich der vorderen Hornhautfläche nähert.

Wenn nun in Folge von accommodativen Veränderungen der Constanten des Auges p^* um eine kleine Grösse, welche wir mit ε bezeichnen wollen, abnimmt, dann muss die zweite Hälfte der Summe, aus welcher der Werth von s^* besteht, um eben soviel zunehmen, vorausgesetzt, dass dieses s^*, und mithin auch der Gesichtswinkel gleich gross bleiben soll. Es müsste demnach

die erste Brennweite um $\dfrac{n^0}{n^0 - n^*}\,\varepsilon$

die zweite Brennweite um $\dfrac{n^0\, n^*}{n^0 - n^*}\,\varepsilon$

zunehmen.

Geben wir dem Brechungsquotienten den bestimmten Werth:

$$\frac{n^*}{n^0} = 1{,}34.$$

dann würde daraus folgen, dass für jede Aenderung in der Lage des zweiten Hauptpunktes in Folge von accommodativen Einstellungen die erste Brennweite sich um das

2,9423 fache,

die zweite Brennweite sich um das

3,9427 fache

jenes Werthes verändern müsse, wenn der Gesichtswinkel constant bleiben soll.

Je nach dem Mangel an Uebereinstimmung mit den angeführten Verhältnissen wird aber der Gesichtswinkel beim Sehen in die Nähe oder in die Ferne von verschiedener Grösse werden müssen.

IV.

Messungsmethoden und Messungen der verschiedenen Autoren.

1.

So weit uns bekannt geworden, war Kepler der Erste, welcher klar und unumwunden aussprach, dass die Möglichkeit der Gesichtswahrnehmungen durch das Entstehen eines umgekehrten Bildes der Aussenwelt an der inneren und concaven Wand des Auges bedingt werde (34) und Pater Scheiner, Jesuit zu Innsbruck, der Erste, welcher den Dimensionen, Krümmungen und Brechungsverhältnissen im menschlichen Auge einige Berücksichtigung zugewandt hat (35).

Zwar finden wir schon vor ihm bei Fabricius ab Aquapendente (1600) die Abbildung eines Augendurchschnittes mit Bezeichnung der Krümmungsmittelpunkte, welche zum Zweck optischer Studien und Betrachtungen entworfen wurde (36), doch gibt der Text noch keine näheren Erläuterungen.

Pater Scheiner liefert uns schon etwas Ausführlicheres, doch finden sich bei ihm noch nirgends Maassbestimmungen, sondern immer nur Verhältnisszahlen der einzelnen Dimensionen; wie er denn auch in anderen Punkten mit grosser Vorsicht zu Werke geht und selten behauptet, was er nicht mit voller Sicherheit behaupten — ja beweisen kann. Er selbst gesteht übrigens, dass er, bis dahin wenigstens, noch niemals ein menschliches Auge secirt habe (37). Darum sind auch die Form- und Grössenbestimmungen, welche er mittheilt, für uns von sehr geringem Werthe; wir wollen jedoch der Curiosität wegen Einiges davon mittheilen.

„Die Sehne des Hornhautbogens auf dem kreisförmigen Durchschnitt des ganzen inneren Auges ist grösser als die Seite des in diesen Kreis eingeschriebenen Sechsecks, und kleiner als die Seite des eingeschriebenen Vierecks. Der Durchmesser der tunica Sclerodes, d. h. des ganzen (äus-

seren) Bulbus ist gleich gross, oder etwas weniges grösser als der doppelte Durchmesser der Hornhaut, nämlich $2^1/_6$mal so gross.“

„Die Dicke der Hornhaut ist etwa gleich der doppelten Dicke, die Tiefe des Kammerwasserraumes ist gleich der sechsfachen Dicke eines menschlichen Nagels. Die Hornhaut ist aber überall von gleicher Dicke. Der Durchmesser der inneren concaven Fläche der Hornhaut, — oder was dasselbe ist — die Breite des Kammerwasserraumes beträgt $1^1/_7$mal die Länge der Sehne des äusseren Hornhautbogens. Die Krystall-Linse besteht aus zwei Segmenten, einer grösseren und einer kleineren Kugeloberfläche, welche auf einer gemeinschaftlichen kreisförmigen Basis stehen. Das kleinere Segment der grösseren Kugel ist nach vorne, das grössere Segment der kleineren Kugel nach innen gerichtet. Der Durchmesser der gemeinschaftlichen Basis ist grösser als der auf ihr senkrecht stehende Durchmesser (die Axe). Jener verhält sich zu diesem wie 4 zu 3 und zum Durchmesser der Ciliarfortsätze wie 3 zu 4.“

Wollte man der einen oder der andern dieser Dimensionen einen bestimmten Werth beilegen, dann würde sich zeigen, dass diese Verhältnissangaben gar nicht so übel mit den genaueren Messungen der späteren Zeit übereinstimmen.

Von den Krümmungen der Trennungsoberflächen sagt Scheiner, dass der Krümmungshalbmesser der Hornhaut viel kleiner sei als jener der Sclerotica, dass ihre Krümmungsform einem hyperbolischen oder parabolischen Sphäroid sehr nahe komme, dass aber doch die hervorragendste Stelle der Krümmung vollkommen kugelig zu sein scheine.

Die Krümmungsoberflächen der Linse seien sehr verschieden, sowohl in verschiedenen Augen, als auch unter sich. Ihre Verschiedenheit in verschiedenen Augen soll vorzugsweise die Kurzsichtigkeit oder Weitsichtigkeit bedingen. Die Krümmungsmittelpunkte der Hornhaut sowohl, wie der vorderen Linsenfläche werden beide in die Gegend der hinteren Linsenwand verlegt. Die Lage des Mittelpunktes der hinteren Linsenkrümmung wird aber nicht näher angegeben.

Ueber die Brechungsverhältnisse der Augenmedien bemerkt Scheiner, dass das Kammerwasser wohl eine ziemlich gleiche brechende Kraft habe, wie gewöhnliches Wasser, und dass das Brechungsvermögen der Hornhaut entweder gar nicht davon verschieden, oder — was er für wahrscheinlicher hält — etwas weniges grösser sei. In dem ersteren Falle müsse der Lichtstrahl beim Uebergange aus der Hornhaut in das Kammerwasser ungebrochen weiter gehen, im letzteren Falle dagegen vom Perpendikel abgelenkt werden. — Das Brechungsvermögen der Linse möge dem Brechungsvermögen des Glases ziemlich nahe kommen; von der Glaskörperflüssigkeit lässt er es aber dahin gestellt sein, ob ihre brechende Kraft gleich oder grösser oder geringer sei als die brechende Kraft der Linsensubstanz. Dieser letztere Umstand ist auch von geringerem Belang

für dasjenige, was er beinahe durch das ganze Buch zu beweisen sich bemüht, dass nämlich der radius formaliter visorius auf die Netzhaut falle, oder mit anderen Worten, dass die Netzhaut in der That der Sitz der Gesichtsempfindungen sein müsse.

Wir sind in unserer Berichterstattung über den Pater Scheiner vielleicht etwas zu ausführlich gewesen. Um so kürzer können wir über die Leistungen der zunächst darauffolgenden Zeit hinweggehen. In der That finden wir Nichts, was im Vergleich mit dem Angeführten als wesentlicher Fortschritt zu betrachten wäre, bis auf Petit, dessen Wirksamkeit gerade hundert Jahre später fällt, und dessen Arbeiten und Leistungen wir ausführlicher besprechen müssen.

Petit's Messungen haben abermals ein ganzes Jahrhundert lang als maassgebend gegolten. Was ausser ihm in dieser Zeit — besonders von den Engländern Jurin, Helsham und Wintringham — geleistet wurde, ist, wenn auch nicht ohne Werth, so doch vereinzelt und unvollständig und überdies grösstentheils nur auf Thieraugen bezüglich, bis im J. 1828 Treviranus den Anfang gemacht und die erste Anregung gegeben hat zu den umfassenden und sehr genauen Maassbestimmungen unserer gegenwärtigen Zeit.

Wir geben in einer Note (38) die literarische Uebersicht der hieher gehörigen Arbeiten, womit wir zerstreute und wiederholte Citate ein für allemal zu umgehen wünschen.

2.

Niemand hat sich mehr Mühe gegeben, die Dimensionsverhältnisse des von der wässerigen Augenfeuchtigkeit ausgefüllten Raumes mit Genauigkeit zu ermitteln als Jean Louis Petit. Ungefähr zu seiner Zeit hatte man nämlich die Kenntniss erlangt, dass die Cataract in einer Verhärtung oder Trübung und Verdunkelung der Krystall-Linse ihren Grund habe. Neben dieser Ansicht war aber die ältere Meinung noch weit verbreitet, dass cataractöse Erblindung durch eine trübe Membran (ein Häutlein) bedingt sei, welche zwischen der Iris und der Linse herabfliesse (καταῤῥέω) und dort ihren Sitz habe. Die Heilung der Cataract wurde seit unvordenklicher Zeit durch die Nadeloperation vollführt. Nun aber ist die Entfernung einer vor der Linse und hinter der Iris befindlichen Membran, ohne Verletzung der Linse, ganz undenkbar, wenn nicht der Zwischenraum beider als ziemlich beträchtlich vorausgesetzt wird. Daher war wohl die Meinung entstanden, dass die sogen. hintere Augenkammer wenigstens ebenso gross, wenn nicht grösser sei als die vordere; eine Meinung, welche in den fehlerhaften Abbildungen Vesal's eine kräftige Stütze fand. Um diesen Irrthum zu widerlegen und dadurch — wenn auch nur mittelbar — die richtigere Kenntniss von dem wahren Sitze der Cataract zu befördern, unternahm Petit seine berühmten Messungen an

gefrorenen Augen, wodurch er glaubte den Beweis liefern zu können, dass es unmöglich sei, mit der Staarnadel in die überaus enge hintere Augenkammer einzudringen, ohne die Linse zu verletzen (39).

Diese Messungen wurden mit grosser Genauigkeit und mit der sorgsamsten Beachtung aller Nebenumstände ausgeführt. Die Grössen und Gewichtsveränderungen wurden notirt; die verschiedenen Lagen, in welchen das Auge zum Frieren gebracht wurde, der Kältegrad, die Dauer, während welcher es dem Frost ausgesetzt worden, ja selbst der Wind, der während dieser Zeit geweht hatte; alles wurde angemerkt und schliesslich bei der Durchschneidung alle nur mögliche Vorsicht angewandt. Um den unvermeidlichen Uebelständen der Durchschneidung zu entgehen, wurde mitunter auch die Hornhaut lospräparirt und auf diesem Wege das in dem Kammerraum enthaltene Eis sorgfältig herausgenommen und gemessen.

Das Resultat dieser Versuche ist bekannt. Es ergab sich, dass in dem Raume zwischen Iris und Linse in der Regel, wiewohl nicht immer, eine äusserst dünne Eisschichte gefunden wurde. Ausserdem ergab sich aber noch eine nicht unbeträchtliche Abnahme des Gewichts und eine Zunahme sämmtlicher Dimensionen, unter denen die Längenzunahme in der Richtung der Augenaxe constant die grösste war. Die Dimensionszunahmen waren so bedeutend, dass collabirte Augen, welche dem Frost ausgesetzt wurden, sich im gefrorenen Zustande vollkommen prall und gespannt präsentirten. Die verschiedenen Modifikationen dieser Veränderungen zeigten sich mehr oder minder abhängig von dem rascheren oder langsameren Gefrieren, d. h. von der Intensität des Frostes.

Nach dem Gesagten erscheint es überflüssig, wenn Jemand nur der Controlle wegen dieselben Versuche wiederholen wollte. Wir betrachten es als eine ausgemachte Thatsache, dass an gefrorenen Augen in der Regel — wenn auch nicht immer — eine sehr enge hintere Kammer gefunden werde. Etwas Anderes ist es aber, ob daraus gefolgert werden darf, dass ebendasselbe in dem lebenden Auge auch stattfinde. Wir zweifeln aus anderen Gründen an der Existenz einer hinteren Kammer in der Axe des Auges, und sind der Meinung, dass Petit's Versuche nichts Beweisendes dagegen enthalten, da die übrigen gleichzeitig beobachteten Formveränderungen eine unmittelbare Anwendung auf das lebende Auge zu verbieten scheinen (40). Insbesondere scheint der Umstand einige Beachtung zu verdienen, dass die hintere Augenkammer constant um so grösser gefunden wurde, je grösser der Kältegrad war, welchem das Auge ausgesetzt worden (41).

Petit war mit den erhaltenen Resultaten nicht zufrieden, oder fühlte sich doch angeregt, den einmal betretenen Weg noch weiter zu verfolgen. Er suchte daher die Dimensionen und Krümmungen des Auges auch noch auf andere Weise, und wo möglich noch genauer zu bestimmen. — Die Messungen mittelst des Zirkels schienen ihm nicht sicher genug;

er construirte daher ein Instrument, welches er Ophthalmometer nannte, und dessen Hauptvorzug wohl nur darin bestand, dass mittelst desselben die Dimensionen in derjenigen Richtung gemessen wurden, in welcher man sie zu kennen wünschte und nicht — wie beim Zirkel — in Richtungen, welche mit einander einen Winkel einschliessen. Die nähere Beschreibung des Instrumentes übergehen wir, da sie nichts besonders Merkwürdiges darbietet.

Mit Hülfe dieses Ophthalmometers wurde nun die äussere Augenaxe gemessen; alsdann die Hornhaut sorgfältig entfernt und darauf die Distanz des vorderen Poles der blosliegenden Linse von dem hinteren Pol der äusseren Augenaxe gemessen. Die Differenz beider Werthe gab nach Abzug der Dicke der Hornhaut: die Tiefe der ganzen Augenkammer. Oder es wurde der Bulbus in der Aequatorialgegend durchschnitten, die Distanz des hinteren Linsenpoles von der Vorderfläche der Hornhaut oder von dem vorderen Pol der Augenaxe gemessen, dann die Linse herausgenommen und ihre Dicke bestimmt. Die Differenz beider Werthe gab wiederum nach Abzug der Dicke der Hornhaut die gesuchte Tiefe der ganzen Augenkammer. — Die Dicke der Hornhaut konnte gleichfalls mit Hülfe des Ophthalmometers sehr bequem und genau gemessen werden.

Das Tiefenverhältniss der vorderen und hinteren Augenkammer, wie auch der cubische Inhalt des ganzen Kammerraumes, wurde durch Rechnung gefunden.

Zur Bestimmung der Krümmungshalbmesser der Augenmedien — zum wenigsten der Hornhaut — hatte Petit eine Anzahl kleiner Metallplatten anfertigen lassen, deren jede mit einem kreisförmigen Ausschnitte von bekannten und nur wenig von einander verschiedenen Halbmessern versehen waren. Die Ausschnitte wurden den Krümmungen angepasst, und derjenige gesucht, welcher am genauesten übereinstimmte.

Diese an sich noch ziemlich rohe Bestimmungsweise führte doch schon zu der bestimmten Behauptung, dass die Hornhaut in sehr vielen Fällen gegen den Rand hin nicht mehr kugelig gekrümmt, sondern vielmehr merklich abgeplattet sei. Ob die Krümmungshalbmesser der Linse in derselben Weise bestimmt, oder ob sie aus den gemessenen Sehnen und den Höhen der zugehörigen Bogen berechnet wurden, wissen wir nicht mit Gewissheit anzugeben.

3.

Thomas Young hat in sehr origineller Weise an seinem eigenen Auge die Messungen vorgenommen, welche in der beigegebenen Tabelle mitgetheilt werden. Wie gross bei derartigen Messungen der erreichbare Grad der Genauigkeit sei, wagen wir nicht näher zu bestimmen, doch sind wir sehr geneigt, diesem scharfsinnigen und für die Kenntniss der dioptrischen Funktion des menschlichen Auges seiner Zeit hoch-

verdienten Forscher alle nur mögliche Geschicklichkeit in der Ausführung so delikater Versuche zuzutrauen.

Die Messungen wurden vor einem Spiegel und mit Hülfe eines gewöhnlichen Zirkels ausgeführt, dessen Spitzen — um Verletzungen zu verhüten — durch knopfförmige Abrundungen ersetzt worden waren. Auf diese Weise konnte der Transversal — Durchmesser des Auges leicht genug gemessen werden. Um aber die äussere Augenaxe zu messen, wurde das Auge stark nach innen gewendet und nun die eine Zirkelspitze an dem hinteren Ende der Augenaxe so angelegt, dass das Spektrum, welches durch den Druck der Zirkelspitze entstand, genau in der Richtung des direkten Sehens beobachtet wurde; die andere Zirkelspitze an die Mitte der Hornhaut sanft angelegt, gab die Länge der äusseren Augenaxe. Hiervon wurden 0,03 Engl. Zoll als präsumptive Dicke der Sclerotica an dem hinteren Pol des Auges abgezogen, um die Längenaxe sämmtlicher durchsichtigen Medien des Auges zu erhalten. Bei dieser Messung kam Th. Young der Umstand sehr zu Statten, dass er selbst sehr stark prominente Augen hatte. Bei etwas tiefer liegenden Augen würde dieses Verfahren schwerlich ausführbar sein. Um die Hornhaut-Krümmung zu finden, wurde zunächst der Vertikal-Durchmesser als Sehne des Hornhaut-Bogens gemessen. Der zugehörige sin. vers., oder die Höhe des Hornhautbogens lässt sich alsdann finden, indem man einen zweiten sehr kleinen Planspiegel zwischen dem inneren Augenwinkel und der Nase in einer solchen Richtung hält, dass man in dem ersten Spiegel die Profil-Ansicht dieses Auges sehen kann. Man darf annehmen, dass man die Profil-Ansicht des Auges genau vor sich habe, so bald der sichtbare Halbkreis des Hornhaut-Randes als vollkommen gerade Linie erscheint. Nun lässt sich mittelst eines Zirkels oder mittelst eines nahe an die Schläfenseite gehaltenen, zweckmässig eingetheilten Maassstabes die Entfernung des Hornhaut-Randes von der prominentesten Stelle der Hornhaut, je nach Geschicklichkeit und Uebung leidlich genau messen. Indessen können dergleichen Messungen nicht wohl auf einen höheren Grad von Genauigkeit Anspruch machen.

Besonders bemerkenswerth ist endlich noch die Messung der Excentricität der Hornhaut. Th. Young fand nämlich, dass, wenn das Auge sein eigenes Bild im Spiegel betrachtet, die Entfernung des Hornhaut-Randes von der Scleroticalgrenze gegen den inneren Augenwinkel um 0,05 Engl. Zoll grösser ist als gegen den äusseren Augenwinkel. Daraus lässt sich mit Bezug auf die Hornhautmitte ein Excentricitätswinkel der Augenaxe von 4°36′ berechnen. Wollte man annehmen, dass der vordere Pol der optischen Axe mit dem Scheitel der Hornhaut-Krümmung zusammenfällt, dann würde dies allerdings nicht gut mit den Senff'schen Messungen übereinstimmen, nach denen der Scheitel der Hornhaut-Krümmung beinahe um 3° nach aussen von der optischen Axe gelegen ist. Inzwischen

ist aber durch Helmholtz dieser Zweifel beseitigt. Aus seinen Messungen geht klar hervor, dass der Scheitel der Hornhaut-Krümmung mit der Hornhautmitte fast genau zusammenfällt, dass aber die Augenaxe, oder — wie er es nennt — die Gesichtslinie nicht durch die Mitte, sondern durch einen der Nasenseite näher gelegenen Punkt der Hornhaut geht.

Den Brechungsindex der Krystall-Linse hatte Th. Young in früherer Zeit aus ihrer gemessenen Fokaldistanz berechnet. In späterer Zeit zog er die Wollaston'sche Bestimmungsmethode vor, da er dieselbe für zuverlässiger hielt. Nach diesem letzteren Verfahren fand er als Brechungsindex des Linsenkernes mit Bezug auf reines Wasser (= 1).

$$\frac{21}{20} = 1{,}0500.$$

Doch glaubt er im lebenden Auge einen höheren Index annehmen zu müssen, und statuirt als solchen den Index

$$\frac{18}{17} = 1{,}0589.$$

Für die ganze Linse nimmt er mit Rücksicht auf das zunehmende Brechungsvermögen der einzelnen Schichten den Index

$$\frac{14}{13} = 1{,}0769.$$

woraus (den Brewster'schen Index für destill. Wasser = 1,3358 angenommen) der Index der Linsensubstanz im Verhältniss zur atmosphärischen Luft

$$= 1{,}4385$$

und der Index der Kernsubstanz der Linse im Verhältniss zur atmosphärischen Luft (im Leben)

$$= 1{,}4145$$

berechnet werden kann.

4.

Sömmering's ausgezeichnet schöne Arbeit (de oculor. hom. animaliumq. sectione horizontali Götting. 1818.) liefert für unseren Zweck leider nur wenig Material; denn unter den zahlreichen Horizontal-Durchschnitten ist nur ein einziger für das menschliche Auge enthalten.

Dieses berühmte Kupferwerk, welches in der zarten, correcten und geschmackvollen Zeichnung, den Kupferwerken Sömmering des Vaters keineswegs nachsteht, enthält vier Tafeln, zu denen der Text nur die erläuternden Bemerkungen gibt.

Die Sammlung, welche Sömmering uns vorlegt, besteht aus einer Reihe von 32 im Horizontal-Durchschnitte dargestellten Augen, von welchen 14 den Quadrupeden, 5 den Vögeln, 5 den Amphibien, 6 den Fischen, 1 der Sepia officinalis und 1 dem Menschen angehören. — Dem Menschen-

auge sind zwei Kupfertafeln gewidmet, während die übrigen 31 Durchschnitte auf den beiden andern Tafeln ihren Platz finden.

Das menschliche Auge ist von einer etwa zwanzigjährigen Tirolerin von ganz besonderer Schönheit, deren Kopf in seinen Proportionen mit dem Kopfe der Sappho verglichen wird. Wir müssen gestehen, dass wir die Berücksichtigung des schönen Ebenmaasses der Körperform für besonders glücklich halten; denn es will uns scheinen, als ob bei solcher Wahl eine einzige genaue Messung in höherem Sinne den Werth einer Mittelzahl aus vielen Messungen verdiene.

Besonders interessant ist noch, dass nicht allein der Horizontal-Durchschnitt dieses menschlichen Auges, sondern der Durchschnitt des ganzen Schädels in jener Ebene, welche durch den Mittelpunkt des Auges geht, dargestellt wurde, so dass man das Auge in seiner Höhle und in seinem Verhältniss zu allen benachbarten Theilen in lehrreicher Uebersicht vor sich hat.

Ueber die Art und Weise, wie die Abstände und Krümmungen gemessen oder berechnet worden, wird das Nähere nicht mitgetheilt; auch sind die sämmtlichen Werthe nur bis auf Zehntheile der Pariser Linie angegeben.

Die Genauigkeit bis auf einen Zehntheil der Pariser Linie ist nun zwar für den Zweck der Sömmering'schen Arbeit vollkommen genügend, ja fast schon mehr als genügend; denn da es sich hier lediglich um eine correkte graphische Darstellung der Horizontal-Durchschnitte verschiedener Augen handelt, so war kein Grund vorhanden, diese Messungen genauer auszuführen, als bis auf Grössen, die sich noch leicht, bequem und sicher mit unbewaffnetem Auge erkennen lassen. — Anders verhält sich's freilich, wenn solche Messungen zum Zweck dioptrischer Berechnungen verwerthet werden sollten.

5.

Treviranus hat in dem zweiten Abschnitte seiner Beiträge z. Anat. u. Physiol. u. s. w. die ausführlichste Zusammenstellung der Dimensionen des Auges nach eigenen und fremden Messungen gegeben, welche nur durch Krause's verdienstvolle, mit seltener Gewissenhaftigkeit ausgeführte Arbeit in den Hintergrund gedrängt werden konnte.

Die erste Tabelle des genannten Abschnittes enthält neben den Angaben älterer Autoren die Zahlenwerthe aller nur irgend wichtigen und kennenswerthen Dimensionen des menschlichen Auges nach eigenen Messungen, und einige der wichtigeren Dimensionen nach Messungen des Geh. Rath Tiedemann.

Die Messungen von Treviranus wurden an drei Augenpaaren ausgeführt, von denen:

I. einer 60jährigen Jungfer,

II. einem 22jährigen Matrosen und

III. einem 30jährigen Selbstmörder angehört hatte.

Tiedemann's Messungen beziehen sich gleichfalls auf drei verschiedene Augen, von denen uns Folgendes mitgetheilt wird:

I. das Auge eines 40jährigen Mannes, an welchem die Messung 30 Stunden nach dem Tode vorgenommen wurde.

II. das Auge eines 21jährigen Weibes, 32 Stunden nach dem Tode gemessen.

III. das Auge eines anderen Weibes.

Weder der eine noch der andere dieser beiden Autoren scheint sich besonderer Instrumente oder Vorrichtungen bei diesen Messungen bedient zu haben, weshalb wir annehmen müssen, dass sie mittelst eines gewöhnlichen Zirkels und aus freier Hand gemacht worden sind. Einige andere Bemerkungen in Betreff der Methode der Messung werden aber vielleicht nicht ohne Interesse gelesen werden.

Treviranus gibt zu, dass alle die gegebenen Ausmessungen keineswegs als so genau anzusehen sind, um unbedingt auf sie bauen zu dürfen. Abgesehen davon, dass das Auge gleich nach dem Tode seine Gestalt verändert, halte es auch schon deswegen schwer Genauigkeit zu erreichen, weil man mit weichen Theilen zu thun habe, in deren Verhältnissen bei ihrer Kleinheit oft schon einige Zehntheile einer Linie bedeutende Unterschiede machen. Diese Schwierigkeiten mehren sich noch bei den Halbmessern der Krümmungsoberflächen, die man nur durch Rechnung aus den Sehnen und sin. vers. der Bogen dieser Flächen finden könne. Man müsse sich daher mit Mittelzahlen so vieler Messungen wie möglich begnügen, bei denen aber nicht übersehen werden dürfe, dass in jedem, zum deutlichen Sehen eingerichteten Auge, ein eigenes, hierauf abzweckendes Verhältniss der Dimensionen stattfinden müsse, in welchem nicht die Mittelzahlen gegen einander stehen können.

Ueber die Methode der Messung selbst sagt Treviranus: „ich maass das eine Auge in möglichst frischem Zustande, das zweite (dazu gehörige) nachdem es 18 Stunden in Wasser gelegen hatte, und beide wieder, nachdem sie durch dreitägige Einwirkung des Weingeistes erhärtet worden waren. Am frischen Auge haben die Theile nicht Elasticität genug, sich bei der Behandlung nicht bis auf wenigstens $^1/_2$ Linie auszudehnen. In Wasser schwimmend bekommen sie ihren Turgor wieder, aber nicht ohne einigen Verlust ihrer ursprünglichen Gestalt. In Weingeist werden sie hinreichend fest, um mit Schärfe gemessen werden zu können; aber von ihrer eigentlichen Gestalt geht darin noch mehr als im Wasser verloren. Die in den drei Reihen

meiner Beobachtungen angegebenen Zahlen sind die mittleren arithmetischen Proportionalzahlen zwischen den Resultaten jener drei Messungen.“

Wir entschliessen uns nur mit grossem Widerstreben auf eine schärfere Kritik der in Rede stehenden Tabellen einzugehen, indem wir dadurch genöthigt werden, die grosse Unordnung aufzudecken, welche darin vorherrscht, und wodurch wir zugleich genöthigt werden, das Ansehen eines in so vieler Beziehung hochverdienten Gelehrten wider unsern Wunsch herabzusetzen. Inzwischen bleibt im Dienste der Wissenschaft keine andere Wahl.

Treviranus war ein geist- und ideenreicher Mann, eine Eigenschaft, die ihm zwar mit Recht viele Anhänger gewinnen musste, die aber seine Qualifikation zum Naturforscher im heutigen Sinne des Wortes einigermaassen zweifelhaft macht. Treviranus war überdies Mathematiker. Aber auch auf diesem Gebiete scheint es ihm ergangen zu sein wie manchen seiner Fachgenossen, welche, gewöhnt mit Lösung schwieriger Probleme sich zu beschäftigen, die Aufmerksamkeit, die Uebung, oder die Befähigung verloren haben, eine ganz einfache und ganz leichte Aufgabe fehlerfrei zu rechnen.

Schon Krause, dessen Abhandlung (in Meckel's Archiv) vier Jahre später herauskam, macht darauf aufmerksam, dass die berechneten Krümmungshalbmesser bei Treviranus nicht überall mit den gemessenen Voraussetzungen im Einklang sind. — Unsere Aufgabe wird es sein, diesen Mangel an Uebereinstimmung ausführlicher hervorzuheben.

Zuvörderst mag bemerkt werden, dass eine absolute Uebereinstimmung gemessener Werthe weder nothwendig, noch überhaupt möglich sei; denn eine jede Messung hat eine bestimmte Grenze der Genauigkeit, über welche hinaus alle weiteren Zahlenangaben illusorisch werden. Diese Grenze pflegt man den wahrscheinlichen Fehler der Messung zu nennen.

Die Grösse des wahrscheinlichen Fehlers ergibt sich aber aus der Vergleichung verschiedener Messungen ein und derselben Dimension oder — was auf dasselbe hinauskommt — aus der Vergleichung zusammengesetzter Messungen.

Am übersichtlichsten wird die Vergleichung werden, wenn wir die betreffenden Werthe in Form leicht verständlicher Tabellen zusammenstellen, in denen die mit römischen Ziffern bezeichneten Columnen jedesmal die drei gemessenen Augen nach der angegebenen Reihenfolge enthalten sollen.

Vergleichen wir zunächst die verschiedenen gemessenen Axen mit der Summe der gemessenen Werthe, aus denen diese Axen zusammengesetzt sind (42).

	I.	II.	III.
Innere Augenaxe	9,0	9,1	10,3
Dicke der Hornhaut in ihrer Mitte	0,3	0,4	0,54
Dicke der Sclerotica in der Nähe des hinteren Endes der Augenaxe	0,4	0,8	0,54
Summe	9,7	10,3	11,38
Gemessener Werth der äusseren Augenaxe	9,7	10,5	11,0
Differenz	0	—0,2	+0,38

Es differirt demnach die äussere Augenaxe des dritten Auges beinahe um 0,4 Par. Lin. von der Summe der gemessenen Dimensionen, aus denen sie zusammengesetzt ist.

	I.	II.	III.
Abstand der Linse von der Hornhaut in der Augenaxe	1,1	1,1	0,89
Axe der Linse	2,2	1,8	2,1
Axe des Glaskörpers	5,6	6,0	7,0
Summe	8,9	8,9	9,99
Gemessener Werth der inneren Augenaxe	9,0	9,1	10,3
Differenz	—0,1	—0,2	—0,31

Setzen wir die gefundene Summe an die Stelle ihres gemessenen Werthes in die erste Rechnung, so findet sich, als:

	I.	II.	III.
berechneter Werth der äusseren Augenaxe	9,6	10,1	11,07
gemessener Werth derselben Dimension	9,7	10,5	11,0
Differenz	—0,1	—0,4	+0,07

	I.	II.	III.
Abstand des vorderen Endes der Axe der Linse von dem Durchmesser der Linse	0,9	0,63	0,89
Abstand des hinteren Endes der Axe der Linse von dem Durchmesser der Linse	1,3	0,99	1,25
Summe	2,2	1,62	2,14
Axe der Linse	2,2	1,8	2,1
Differenz	0	—0,18	+0,04

Dies wird genügen, um zu zeigen, dass in den Messungen von Treviranus nicht einmal die Einheit eines Zehntheiles der Par. Lin. als zuverlässig angesehen werden könne, geschweige denn die zweite Decimalstelle.

Wenn man nun fragt, wie es möglich sei, dass so grosse Messungs-Differenzen vorkommen konnten, da sich doch unter übrigens günstigen Umständen ein Zehntheil einer Par. Lin. mittelst eines guten Zirkels aus freier Hand mit ziemlicher Sicherheit abmessen lässt, so wissen wir nicht anders darauf zu antworten, als dass die eigenthümliche Messungsmethode daran einige Schuld haben möge.

Treviranus ging von der sehr richtigen Voraussetzung aus, dass das todte menschliche Auge selbst in möglichst frischem Zustande, bereits in seinen Dimensionen verändert sei. In der Meinung, zu richtigeren Resultaten kommen zu können, wählte er die bereits angegebene Methode, wonach aus der Messung der beiden zusammengehörigen frischen Augen, dann aus der Messung des einen Auges, nachdem es einige Zeit in Wasser, und endlich beider, nachdem sie einige Zeit in Weingeist gelegen — das arithmetische Mittel als definitiver Messungswerth gewählt wurde. — Dass das Auge in keinem dieser drei verschiedenen Zustände genau dieselben Dimensionen habe, die es während des Lebens hatte, wird Jedermann gewiss gerne zugeben. Ohne Zweifel werden in jedem dieser Zustände die Dimensionen um sehr kleine, aber unbekannte Grössen entweder abnehmen oder zunehmen. Warum aber diese kleinen unbekannten Abnahmen oder Zunahmen der Längen sich gerade in dem arithmetischen Mittel genau compensiren, d. h. sich gegenseitig auf Null reduciren sollen, das ist freilich etwas schwer, oder eigentlich gar nicht zu verstehen.

Diesem eigenthümlichen und — unserer Meinung nach — nicht genügend motivirten Verfahren glauben wir die Hauptschuld an der Incongruenz der genannten Dimensionen zuschreiben zu dürfen.

Bedenklicher als das bisher Angeführte ist noch die Bestimmung der Krümmungshalbmesser. — Vielleicht ist auch diese Bestimmung in jenes Verfahren mit verwickelt, vielleicht wurden auch hier die Halbmesser für jeden der drei verschiedenen Zustände besonders berechnet, und aus den gefundenen Werthen das arithmetische Mittel gezogen. Wir können uns wenigstens den Mangel an Uebereinstimmung der angegebenen Werthe mit denjenigen Werthen, die aus den sin. und sin. vers. sich berechnen lassen, nicht gut als Druckfehler oder als Fehler der Rechnung erklären, wozu Krause geneigt scheint.

Wir wollen auch diese Abweichungen in ähnlicher Weise wie oben durch kleine Tabellen anschaulich zu machen suchen, deren erste Verticalcolumne (a) den von Treviranus angegebenen, die zweite (b) den aus den sin. und sin. vers. berechneten Werth, und endlich die dritte (c) die Differenz beider Werthe angeben soll. Die drei römischen Ziffern bezeichnen, wie oben, die drei in Frage stehenden Augen nach ihrer Reihenfolge

		a.	b.	c.
Radius des grössten äusseren horizontalen Bogens der Hornhaut.	I.	3,4	3,50	0,10
	II.	3,6	3,84	0,24
	III.	3,4	3,40	0
Radius des grössten inneren horizontalen Bogens der Hornhaut.	I.	2,8	3,06	0,26
	II.	3,58	3,65	0,07
	III.	3,1	3,16	0,06

		a.	b.	c.
Radius der vorderen Krümmung der Linse	I.	2,6	2,67	0,07
	II.	3,0	3,02	0,02
	III.	2,6	2,69	0,09
Radius der hinteren Krümmung der Linse	I.	2,0	2,19	0,19
	II.	2,2	2,22	0,02
	III.	2,08	2,22	0,14

Die Differenzen gehen also hier bis über 0,2 Lin. hinaus.

Dass unter solchen Umständen die vorliegenden Werthe für die Berechnung des Weges der Lichtstrahlen im menschlichen Auge nicht wohl zu brauchen seien, bedarf keiner ausführlichen Versicherung. Man würde aus einer Verlegenheit in die andere gerathen, und würde nie recht wissen, an welche Werthe man sich eigentlich zu halten habe.

Ausser dem bereits Angeführten finden sich noch manche andere Irrthümer, Fehler, Unrichtigkeiten, oder wie man es nennen will, theils von untergeordneter, theils von grösserer Bedeutung.

Wir wollen hier nur noch die unrichtige Reduktion der englischen Längenmaasse auf das Pariser Maass erwähnen, welche in die Fechner'sche Bearbeitung von Biot's Experimental-Physik übergegangen ist.

In dem Anhange zu Vega's logarithmisch-trigonometrischem Handbuche, auf welches sich Treviranus beruft (obwohl nicht gerade in der von ihm citirten Auflage), finden wir:

England: 1 Fuss = 135,1 Paris. Lin. Hätten wir umgekehrt

1 Paris. Fuss = 135,1 Engl. Lin. vorausgesetzt, dann würden wir gerade diejenigen Werthe gefunden haben, welche Treviranus in seinen Tabellen aufstellt.

6.

Professor C. Krause in Hannover hat zuerst im J. 1832 eine ausführliche Mittheilung der Messungs-Resultate zweier menschlichen Augen, nebst Beschreibung seiner Methode der Messung, und dann, im J. 1836 eine Fortsetzung dieser Mittheilungen gegeben. Die Mittheilungen enthalten im Ganzen die ausführlichste Angabe der Dimensionen und Krümmungen von neun verschiedenen menschlichen Augen, welche aus einer nicht unbeträchtlichen Reihe von Messungen an menschlichen und an thierischen Augen entnommen sind. Die Messung dieser ausgewählten Fälle wurde aber unter besonders günstigen Umständen an sehr frischen Augen vorgenommen, weshalb sich dieselben als besonders zuverlässig empfehlen.

Aus der Beschreibung der Messungs-Methode wollen wir das Wichtigste möglichst wortgetreu wiedergeben. — Nachdem unter den nöthigen Vorsichtsmassregeln und möglichster Schonung das Auge aus der Orbita entfernt und von den anhängenden Theilen befreit worden

ist, führt Krause den Schnitt genau nach einer vorher vorgezeichneten Halbirungslinie durch die vordere Hälfte des Augapfels mit einem sehr scharf und hohlgeschliffenen Rasirmesser, so, dass durch einen Zug Hornhaut, Iris, Ciliarring und Faltenkranz und die ganze Linse halbirt werden. Den übrigen Theil des Schnittes durch den hinteren Theil der Wände des Augapfels und den Glaskörper beendigt er mit der Scheere; so dass der Messerschnitt niemals von Neuem mit einem Instrumente berührt wird. Jede Hälfte des Augapfels wird nun zugleich mit einer hinlänglichen Menge Wasser in ein Schälchen von 14 Linien Durchmesser gebracht, dessen Tiefe genau dem halben senkrechten Durchmesser des Augapfels gleichkommt (daher man mehrere solche zur Hand haben muss), und dessen breiter Rand eine Horizontal-Ebene bildet. In diesem Schälchen liegt der halbe Augapfel überall von Wasser unterstützt, und auf seiner Durchschnittsfläche von einer höchst dünnen Wasserschicht bedeckt. Um aber ein Aufquellen der Häute und der Linse zu verhüten, muss das Wasser mit einer beträchtlichen Menge Eiweiss vermischt sein. An dem Reste des Sehnerven oder eines Muskels wird das Auge nöthigenfalls vermittelst einer Nadel befestigt, so dass es sich nicht an die Wände des Schälchens anlege. Der Boden des letzteren muss schwarz sein.

Hierauf bringt Krause das Schälchen mit dem Auge unter ein Mikroskop (von Ramsden), welches bei 20facher Vergrösserung ein flaches und sehr helles Sehfeld von 4,5 Linien gewährt. Vermittelst eines feingetheilten Glasmikrometers werden nun die verschiedenen Abstände und Dicken gemessen. — Zur Bestimmung der Krümmungen bediente sich Krause eines eigens zu diesem Zwecke angefertigten Glasmikrometers, auf welchem ein senkrechter und mehrere horizontale 0,5 Lin. von einander abstehende Theilstriche gezogen, und diese sämmtlich in Zehntheile der Paris. Linie getheilt sind. Bei einer zweifachen Vergrösserung des Objektivs gibt jeder Theilstrich 0,05 Lin. an; die übrigen Hunderttheile werden abgeschätzt. Nun wird z. B. die Linse in die Mitte des Gesichtsfeldes also gebracht, dass der senkrechte Strich der getheilten Glasplatte den Durchmesser darstellt, die horizontalen Striche aber mit der Axe der Linse parallel laufen. Der senkrechte Strich wird als Abscissenlinie, die horizontalen Striche als Ordinaten auf derselben betrachtet. Durch diese Vorrichtung lassen sich für eine gewisse Anzahl einzelner Punkte der Linsenkrümmung die zugehörigen Coordinaten unmittelbar ablesen.

Aus den gemessenen Coordinaten berechnet Krause nun nach der Methode der kleinsten Quadrate diejenige Curve, welcher die sämmtlichen gefundenen Punkte am nächsten liegen. Hiergegen lässt sich durchaus nichts einwenden, wenn es sich lediglich um die anatomische Figur der Linse handelt. Für optische Berechnungen ist aber nur diejenige Partie der ganzen Linsen- oder Hornhaut-Figur von Wichtigkeit, welche der Axe zunächst liegt, und zwar, genauer gesagt, an der

Linse nur diejenige Partie, welche von der Iris unbedeckt bleibt, mithin eine Kreisoberfläche von etwa zwei Linien im Durchmesser; an der Hornhaut eine Partie, welche kaum grösser angenommen werden darf. Ist ferner die betreffende Krümmung wirklich die Rotationsoberfläche irgend einer regelmässigen Kegelschnittscurve, dann würde es erst noch darauf ankommen, ob diese Rotationsoberfläche in einem kleinen zwei Linien im Durchmesser haltenden Umfange ihres Scheitels nicht etwa von einem Kugelsegment nur um solche Grössen differirt, welche unbedenklich vernachlässigt werden könnten (welche z. B. kleiner sind als der wahrscheinliche Messungsfehler u. s. w.). Wäre dies der Fall, dann würden uns die ellipsoiden und paraboloiden Rotationsoberflächen gar nichts mehr angehen, und wir würden nur nach dem Krümmungshalbmesser im Scheitel zu fragen haben.

Brücke (43) hat schon darauf aufmerksam gemacht und an zwei Beispielen numerisch nachgewiesen, dass die nach Krause's Methode berechneten Werthe ziemlich beträchtlich von denjenigen Werthen differiren, welche sich aus den einzelnen Coordinatenpaaren berechnen lassen, und dass diese letzteren um noch beträchtlichere Grössen unter sich differiren. Brücke berechnete aus den von Krause angegebenen Coordinaten (Tab. VII. b. Auge N. I.) für den Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Hornhaut folgende vier Werthe:

2,520 (soll heissen 2,525)
3,408
3,900
4,250

während Krause diesen Halbmesser zu

4,0515

angibt. — Für den Parameter der Krümmung der hinteren Hornhautfläche desselben Auges fand Brücke in ähnlicher Weise:

5,00
5,00
5,60 (soll heissen 5,62)
5,71

während Krause denselben Parameter zu

5,6366

berechnet.

Hieraus geht bis zur Evidenz hervor entweder, dass die betreffenden Krümmungen keine Rotationsoberflächen regelmässiger Kegelschnittscurven sind, oder dass die angewandte Messungsmethode noch nicht denjenigen Grad der Genauigkeit erlangt hat, welcher durch Krause's Werthe ausgedrückt wird.

Nichts desto weniger sind wir Krause ausserordentlich grossen Dank schuldig für seine exacte Methode, durch welche die Messungswerthe

einer grösseren Anzahl Punkte für eine jede Krümmung gefunden werden können, während seine Vorgänger sich mit der Berechnung der Krümmung aus drei gemessenen Punkten begnügten, wodurch es denn freilich nicht möglich war, eine andere Curve als den Kreis zu finden. Es ist aber sehr zu bedauern, dass Krause nicht für sämmtliche neun Augen, sondern nur für die zwei ersten derselben die gefundenen Messungswerthe der Coordinaten ausführlich mittheilt. Wären uns diese Messungswerthe sämmtlich gegeben, dann hätten wir das Recht uns an die gemessenen Coordinaten und nicht an die von Krause berechneten Werthe zu halten. Wir würden dadurch in den Stand gesetzt, die Krümmungen nach eigenem Gutfinden zu berechnen.

Dass die von Krause berechneten Werthe unserem Zwecke nicht ganz entsprechen, ist aus den mitgetheilten Bemerkungen Brücke's hinlänglich ersichtlich. Besonders klar geht dies aus dem Parameter der hinteren Hornhautkrümmung hervor. Mit Bezug auf die zu zwei Linien im Durchmesser angenommene Pupillaröffnung würden wir alle diejenigen Messungswerthe zu vernachlässigen haben, deren Abscissenlänge grösser ist als 1 Linie. Thun wir dieses, dann bleiben nur zwei Coordinatenpaare übrig. Der aus diesen beiden Paaren berechnete Parameter der hinteren Krümmung beträgt aber genau

5,00

ein Werth, welchen wir dem Krause'schen (5,6366) unbedenklich vorziehen würden.

Es wird endlich nicht überflüssig sein, die Grösse des wahrscheinlichen Fehlers etwas näher ins Auge zu fassen, zumal da durch die Schlussbemerkungen der citirten Abhandlung in Meckel's Archiv die Sache leicht in etwas allzugünstigem Lichte erscheinen könnte.

Erinnern wir uns zunächst daran, dass der Zwischenraum zweier Theilstriche des Krause'schen Mikrometers eine Objektgrösse von 0,05 Lin. angab. Nun wird aber bei mikrometrischen Messungen in der Regel angenommen, dass die Hälfte des Zwischenraumes zweier Theilstriche (= 0,025 Lin.) noch mit hinreichender Sicherheit abgeschätzt werden könne. Geht man von dieser Annahme aus, so folgt, dass die Bestimmung einer Einheit der Hunderttheile nicht mehr möglich ist; dass also Messungsfehler um eine Einheit der Hunderttheile (0,01 Lin.) unvermeidlich sind und dass Messungsfehler um zwei Einheiten der Hunderttheile (0,02 Lin.) immerhin noch vorkommen können. Krause selbst sagt aber (sehr gewissenhaft), dass er die Richtigkeit aller Angaben nur bis auf 0,05 Lin. verbürgen könne.

Betrachten wir nun beispielsweise die beiden Krümmungsoberflächen der Linse des Auges Nr. I., und berechnen wir aus den angegebenen Coordinaten die Krümmungen als Kugelsegmente, dann lassen sich aus je einem

zusammengehörigen Coordinatenpaare folgende vier Radien der Kugel berechnen. Für die

Vorderfläche	Hinterfläche
2,11	1,30
2,60	1,81
2,32	1,96
2,19	2,01.

Von diesen vier Radien würde

der erste einem Punkt entsprechen, welcher 0,5 Lin.,
der zweite einem Punkt, welcher 1 Lin.,
der dritte einem Punkt, welcher 1,5 Lin., und
der vierte einem Punkt, welcher 2 Lin.

von der Axe der Linse in nächster Richtung entfernt liegt.

Um nun den Einfluss des wahrscheinlichen Messungsfehlers anschaulich zu machen, geben wir unter der Rubrik (a) die Werthe der berechneten Halbmesser in derselben Reihenfolge unter der Voraussetzung einer vollkommenen Messungsrichtigkeit der Coordinaten; unter den Rubriken (b) und (c) dagegen dieselben Werthe unter der Voraussetzung eines Messungsfehlers von $\pm$ 0,01 Lin.

Vorderfläche			Hinterfläche.		
a.	b.	c.	a.	b.	c.
2,11	1,82	2,52	1,30	1,19	1,43
2,60	2,49	2,73	1,81	1,77	1,87
2,32	2,28	2,35	1,96	1,94	1,97
2,19	2,18	2,19	2,01	2,01	2,01.

Sollen wir unter diesen je zwölf Halbmessern wählen, so kommen wir allerdings abermals in nicht geringe Verlegenheit. Ein arithmetisches Mittel oder ein auf andere Weise gefundener Mittelwerth wäre durchaus unzulässig und könnte nur dazu dienen, bei völlig Unkundigen den Schein grösserer Genauigkeit hervorzurufen; in der That aber würde dies nur die Grundlagen der Rechnung verwirren, ohne die mindeste grössere Genauigkeit oder Zuverlässigkeit hineinzubringen. Die Berechnung nach paraboloiden oder ellipsoiden Rotationsoberflächen würde diese Zahlenverhältnisse aber nicht günstiger stellen, wie aus nachfolgender kleiner Tabelle zu ersehen ist, welche die unter denselben Voraussetzungen und mit derselben Bezeichnung ausgerechneten halben Parameterwerthe der als Parabel berechneten Durchschnittscurve der hinteren Linse angibt.

Halbe Parameter der Hinterfläche derselben Linse:

a.	b.	c.
1,25	1,14	1,38
1,66	1,61	1,72
1,61	1,58	1,63
1,11	1,10	1,12.

Da wir es nur mit demjenigen Theil der Oberfläche der Linse zu thun haben, welcher von der Iris unbedeckt bleibt, so müssen wir die sämmtlichen vierten — von dem Messungsfehler erst in der dritten Decimalstelle merklich alterirten — Werthe gänzlich unberücksichtigt lassen. Die dritten Werthe wären vielleicht bei ausnahmsweisen Fällen in Betracht zu ziehen; die ersten und zweiten Werthe aber, welche gerade den grössten Schwankungen unterliegen, wären diejenigen, welche einer Rechnung zum Grunde gelegt werden müssten.

Wir können nicht umhin, hier noch besonders darauf aufmerksam zu machen, welch' hohen Grad der Genauigkeit die Krause'schen Messungen vor allen früheren voraushaben: Die vierten Werthe der gegebenen Tabellen sind nämlich berechnet aus denselben gemessenen Werthen, aus deren Bemessung die früheren Autoren den Krümmungshalbmesser zu bestimmen pflegten. Nun aber lässt sich leicht nachweisen, dass nach den Messungen dieser letzteren die gefundenen Halbmesser kaum in der ersten Decimalstelle als genau zu erachten sind, während aus den gegebenen Tabellen hervorgeht, dass wenn man nach denselben Principien aus den Krause'schen Messungen die Krümmungshalbmesser berechnet, die gefundenen Werthe, unter Voraussetzung eines Messungsfehlers von $\pm$ 0,01 Lin., erst in der dritten Decimalstelle ganz unsicher werden.

Wenn man bei den Krause'schen Angaben die gemessenen Werthe zusammengesetzter Dimensionen mit der Summe der gemessenen Werthe vergleicht, aus denen sie zusammengesetzt sind, in ähnlicher Weise, wie wir dies bei Treviranus' Angaben gethan haben, so finden sich Differenzen, welche die Grösse von 0,05 Lin. nicht übersteigen. Nur wenn die Dicke der Sclerotica am hinteren Ende der Augenaxe mit in die Rechnung gebracht wird, ergeben sich Differenzen, welche zuweilen noch etwas höher steigen.

Es bleibt noch übrig, dasjenige mitzutheilen, was über die Personen, denen die gemessenen Augen angehörten, von Krause gesagt wird.

Die beiden ersten Augen sind von Selbstmördern genommen und in vollkommen frischem Zustande, prall, mit klarer Hornhaut, von Weingeist unbenetzt, untersucht.

I. gehörte einer 50jährigen Frau;

II. einem starken 30jährigen Manne, welcher im Wasser den Tod gefunden hatte.

Von Beiden hat Krause nicht mehr in Erfahrung bringen können, als dass sie im Leben mit guten Sehkräften begabt gewesen, und dass die Frau sich keiner Brille bedient habe.

III. Das rechte Auge eines 60jährigen Mannes, welcher seinen Tod durch einen Schnitt in den Hals gefunden hatte.

IV. linkes,

V. rechtes Auge eines 40jährigen Mannes, welcher durch Erhängen das Leben verloren.

VI. linkes,

VII. rechtes Auge eines 29jährigen;

VIII. linkes,

IX. rechtes Auge eines 21jährigen Mannes, welche beide durch das Schwert hingerichtet worden waren.

7.

Ueber das Verfahren, welches Dr. R. Kohlrausch zur Bestimmung der vorderen Hornhautkrümmung eingeschlagen hat, finden wir folgende nähere Mittheilungen:

„Der, dessen Auge untersucht werden soll, sitzt auf einem sehr massiven Stuhle mit hoher Lehne. Sein Kopf wird durch eine besondere Vorrichtung gehalten, wodurch es ihm leicht wird, vollkommen ruhig zu sitzen. Er fixirt einen kleinen weissen Punkt, der auf dem Mittelpunkte des Objektivs eines auf zwei bis drei Fuss zu gebrauchenden Kepler'schen Fernrohres angebracht ist. Das Fernrohr ist auf das Auge gerichtet und zwar so, dass der besagte weisse Punkt in derselben Horizontal-Ebene mit dem Mittelpunkte der Hornhaut liegt. In der Brennweite des Okulars sind zwei Spinnfäden parallel gespannt, welche ohne ihren Parallelismus zu verlieren, durch Schraubenbewegung genähert werden können. Auf jeder Seite, wieder in derselben Horizontal-Ebene, steht ein Licht, dessen Schein durch eine runde Oeffnung in einem kleinen Schirme auf das Auge fällt, und von diesem reflektirt wird, so dass im Fernrohr zwei kleine Bilder der leuchtenden Punkte erscheinen. Nachdem die Spinnfäden auf diese genau gerichtet sind, wird an die Stelle des Auges ein wohlgetheilter Maassstab gebracht und auf diesem die Entfernung der spiegelnden Stellen der Hornhaut abgelesen. Aus dieser Entfernung, aus dem Abstande des Auges von den Oeffnungen in den Lichtschirmen und dem Mittelpunkte des Objektivs, und endlich aus der Entfernung der letztgenannten Punkte von einander wird der Radius der Hornhaut annäherungsweise berechnet."

Die Beobachtungsfehler, denen das Verfahren unterworfen ist, wurden geschätzt, und aus dieser Schätzung sowohl als aus den Resultaten der angestellten Messungen nachgewiesen, dass im schlimmsten Falle der Radius nicht um 0,1 Lin. unrichtig gefunden, dass vielmehr der berechnete Radius aller Wahrscheinlichkeit nach bei jedem einzelnen Versuche bis auf etwa 0,02 Lin. mit dem wahren übereinstimmen werde."

Von den zwölf auf diese Weise angestellten Messungen wird nur so viel mitgetheilt, als wir bereits oben (S. 32) referirt haben.

8.

Von den Senff'schen Messungen ist leider nur das Wenige bekannt, was Volkmann darüber mittheilt:

„Die zur Beobachtung bestimmte Person musste sich einem Fenster gegenüber setzen, auf dessen einer Scheibe zwei Streifchen schwarzes Papier befestigt waren. Die Distanz der letzteren im Spiegelbildchen der Hornhaut wurde mit einem Kometensucher beobachtet, und bei verschiedenen Stellungen des Auges mikrometrisch gemessen. An jedem Auge wurde die Messung an sieben Punkten ausgeführt, deren Winkelabstand von der optischen Axe — 25°, — 20°, — 10°, 0°, 10°, 20°, 25° betrug, wobei sich ergab, dass in einem Winkelabstand von 30° das Bildchen zu undeutlich zur Messung wurde. Die Berechnung zeigte, dass die Form der Hornhaut eine elliptische sei."

Bekanntlich hat Senff diese Messungen hauptsächlich dazu benutzt, um nachzuweisen, dass bei der Accommodation eine Veränderung der Hornhautkrümmung nicht statt finde, worüber wir die beweisende Tabelle im Anhange mittheilen.

Als wahrscheinlicher Fehler des Endresultates wird der Werth von 0,007 Lin. angegeben, ein Fehler, der mit Berücksichtigung der Unmöglichkeit einer absoluten Fixation des beobachteten Auges doch wohl etwas zu niedrig veranschlagt zu sein scheint. Hierfür sprechen noch die bei verschiedener Accommodation gefundenen Differenzen des Hornhautradius, wenn man nämlich daraus den Schluss einer unveränderten Krümmung ziehen will.

9.

Jos. Engel, Professor der descriptiven Anatomie in Wien, hat auch einen Versuch gemacht, die optisch wichtigen Eigenschaften der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges zu bestimmen.

Die Mittheilung seiner Messungsresultate geschieht aber mit einer auffallend sorgsamen Vermeidung aller Angaben, welche den Leser in den Stand setzen könnten, über deren Richtigkeit oder Genauigkeit ein Urtheil zu gewinnen. Es scheint in der That, dass Engel seine Messungen jedweder Controlle mit Fleiss hat entziehen wollen und dass er mithin den Glauben an seine eigene Zuverlässigkeit gleichsam fordert oder doch voraussetzt. Ein solches Verfahren ist aber dem heutigen Stande der Wissenschaft keineswegs angemessen und ist überdies — um milde zu sprechen — sehr wenig vertrauenweckend.

Hierzu kommt, dass Engel's Messungen mit einer kaum glaublichen Unkunde dioptrischer Gesetze veranstaltet wurden. Da sie nun überdies noch in wesentlichen Punkten und um wesentliche Differenzen von den Messungen zuverlässiger Autoren abweichen, so glauben wir — ohne un-

billig zu sein — dieselben ganz ausser Acht lassen zu dürfen (44). Wir finden auch nicht, dass irgend Jemand sie benützt, oder einer genaueren Würdigung werth geachtet habe.

10.

Brewster, der sich in so vieler Beziehung um die Bestimmung der Brechungsquotienten durchsichtiger Medien, sowohl durch Erfindung oder Verbesserung der Messungsmethoden, als auch durch eigene höchst sorgsame Messungen verdient gemacht, hat leider nur eine einzige Reihe solcher Messungen der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges veranstaltet.

Er wählte zu seinen Versuchen das Auge einer etwa 50jährigen Frau, welches er wenige Stunden nach dem Tode zu untersuchen Gelegenheit hatte.

Die Untersuchung wurde ausgeführt mittelst eines Hohlprisma's, dessen Höhlung durch planparallele Glasplatten verschlossen werden konnte. In diese Höhlung wurde nun zuerst Wasser und alsdann nacheinander die verschiedenen zu prüfenden Substanzen hineingebracht. Der Brechungsexponent des Wassers wurde angenommen

$$= 1,3358.$$

Aus der genauen Vergleichung der Ablenkung des Lichtes, wenn die Höhlung mit Wasser oder wenn sie mit einer zu prüfenden Substanz ausgefüllt war, konnte der Brechungsindex einer jeden dieser Substanzen berechnet werden.

Um für die gesammte Linsensubstanz eine Durchschnittszahl des Brechungsexponenten zu erhalten, wurde die ganze Linse in das Prisma hineingebracht und die refraktive Abweichung unter diesen Bedingungen gemessen.

Wir haben bereits früher (S. 42) erwähnt, dass dieses letztere Verfahren zu einem richtigen Resultate nicht führen könne. Auch ist bei Brewster der in solcher Weise ermittelte Index der ganzen Linse niedriger als der Index der Kernsubstanz, was den Gesetzen der Brechung in der geschichteten menschlichen Krystall-Linse entgegen ist.

Den ersten Bericht über diese Experimente hat Brewster der königlichen Gesellschaft zu Edinburg am 3. Februar 1817 vorgetragen.

11.

Nicht lange nachdem Brewster den ersten Bericht über seine Experimente abgestattet, und kurz bevor dessen Resultate in dem Edinburger Journal veröffentlicht worden waren, hat Chossat der société philomatique von Paris ein Mémoire über die brechenden Medien des menschlichen und einer Anzahl thierischer Augen eingereicht.

Wahrscheinlicherweise hat auch Chossat nur an einem einzigen menschlichen Auge seine Untersuchungen angestellt.

Die Methode, deren er sich bedient hat, ist dieselbe, die später auch von W. Krause benutzt worden ist, und deren Beschreibung wir dort etwas ausführlicher mittheilen werden; nur wurden von Chossat die gemessenen Fokaldistanzen zur Berechnung des Brechungsindex benutzt, während Krause vorgezogen hat, die gemessene Vergrösserung dazu zu benützen.

12.

W. Krause hat in neuerer Zeit einen sehr verdienstvollen Beitrag zur Dioptrik des menschlichen Auges geliefert. Während wir dem Prof. C. Krause die genauesten Messungen der Krümmungen und Dimensionen des menschlichen Auges zu danken haben, erhalten wir jetzt durch den Sohn eine vervollständigende Arbeit über die Brechungsverhältnisse seiner durchsichtigen Medien, welche in Bezug auf Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit den Arbeiten des Vaters würdig zur Seite steht.

Seit 35 Jahren hatte man sich mit den Messungen Brewster's und Chossat's begnügen müssen. W. Krause theilt uns nun seine an zehn Paaren menschlicher Augen gewonnenen Messungsresultate mit, wodurch eine wesentliche Lücke in unserer Kenntniss der optischen Voraussetzungen ergänzt wird.

Die Messungsmethode, deren sich W. Krause bedient, ist im Wesentlichen dieselbe, welche zuerst von Brewster in Vorschlag gebracht worden ist (45); nur wurden nach einer Verbesserung von Cahours und Becquerel die Brechungsindices nicht aus den gemessenen Distanzen der Vereinigungsweiten, sondern aus den mikrometrisch gemessenen Vergrösserungszahlen berechnet.

Die Beschreibung, welche Krause von seiner Messungsmethode gibt, ist — mit Hinweglassung der zur technischen Ausführung gehörigen Punkte — etwa folgende:

Ein gewöhnliches Kellner'sches Mikroskop wurde in folgender Art eingerichtet. An die Stelle des Objectivs wurde eine convex-convexe Linse von Crownglas mit einer Brennweite von ungefähr 3$^{cm.}$ eingeschraubt. Die Linse befand sich in einer concaven, geschwärzten Vertiefung und wurde darin durch eine Hülse festgeschraubt, welche in der Mitte mit einer Oeffnung von 2,6$^{mm.}$ Durchmesser versehen war. Unter ihr wurde eine plane Glasplatte angebracht, und zwar so, dass die plane Fläche auf der optischen Axe des Mikroskopes genau senkrecht stand. Zwischen das Planglas und die biconvexe Linse konnte nun das zu prüfende Augenmedium eingebracht werden. Das zusammengesetzte Ocular, dessen sich Krause bediente, war das stärker vergrössernde eines Kell-

ner'schen Mikroskopes, wodurch (für eine Sehweite von 8 Par. Zoll) eine 56malige Vergrösserung erreicht wurde. Auf das Diaphragma dieses Oculars wurde ein Glasmikrometer von Plössl gelegt, auf welchem die Wien. Lin. in 30 Theile getheilt war. Als Object diente ein anderes Plössl'sches Glasmikrometer, auf welchem die Wien. Lin. in 10 Theile getheilt war. Beide Glasmikrometer waren in Bezug auf ihre Genauigkeit von Professor Listing geprüft worden, wobei sich ergab, dass die wahre Distanz der Theilstriche sich zu der nominellen verhielt:

bei dem Ocularmikrometer wie 1,005147 zu 1,

bei dem Objectivmikrometer wie 1,006651 zu 1.

Die diesem Resultate entsprechenden Correctionen wurde bei der Berechnung der Brechungsquotienten in die Rechnung eingeführt.

Nun wurde die Verhältnisszahl der Theilstriche des Objectivmikrometers zu den Theilstrichen des Ocularmikrometers, oder — mit anderen Worten — die Vergrösserungszahl des Objectivs gesucht, und zwar unter drei verschiedenen Bedingungen, nämlich

1. wenn der Raum zwischen der biconvexen Objectivlinse und dem Planglase mit atmosphärischer Luft,
2. wenn derselbe mit destillirtem Wasser, und endlich
3. wenn derselbe mit der zu prüfenden Substanz ausgefüllt war.

Aus den gefundenen drei Zahlen lässt sich der Brechungsindex der zu prüfenden Substanz berechnen, wenn der Brechungsindex des destillirten Wassers bekannt ist. -- Dieser letztere wurde nach Brewster, welcher die Strahlen in der Nähe der Spectrallinie E als maassgebend betrachtete

$$= 1{,}3358$$

angenommen; dann aber zweitens auf Grund einer Bemerkung Fraunhofer's, wonach der Lichtstrahl der grössten Intensität nicht in E, sondern zwischen D und E und zwar um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ von D entfernt nach E zu liege.

$$= 1{,}334240$$

gesetzt (46). Die sämmtlichen von Krause gemessenen Brechungsindices wurden in zwei Tabellen gebracht, von denen die eine nach jenem ersteren, die andere nach diesem letzteren Brechungsquotienten des destillirten Wassers berechnet ist.

Die Beschreibung der Manipulation zur Bestimmung der Brechungsindices der verschiedenen Schichten der Linsensubstanz wollen wir etwas ausführlicher mittheilen.

Nachdem die Linse aus dem Auge entfernt und von allen anhängenden Theilen sorgfältig befreit worden war, wurde sie mit ihrer Vorderfläche nach unten auf eine reine Glasplatte gelegt. Die Kapsel wurde dann sorgfältig abpräparirt, und senkrecht auf die Axe der mittelst einer Pincette fixirten Linse mit einem anatomischen Scalpell ein Schnitt geführt, so dass

ein hinlänglich dünnes Scheibchen Substanz von der hinteren Fläche der Linse zur Untersuchung erhalten wurde. Hierbei war es sehr schwierig, die gegenseitige Lage der einzelnen Linsenfasern nicht zu verändern, damit nicht Trübungen und Spaltungen eintraten, die ein deutliches Bild des Objectivmikrometers nicht hätten zu Stande kommen lassen. Krause gesteht, dass er genöthigt gewesen sei, eine grosse Anzahl von vorläufigen Versuchen an Thieraugen anzustellen, um die erforderliche Sicherheit zu erlangen. Mehr als drei Lagen Linsensubstanz konnte er indess nicht untersuchen, weil in dem auf der Glasplatte zurückbleibenden Reste der Linse unvermeidlich eine solche Verschiebung eingetreten war, dass scharfe Bilder dadurch nicht mehr erhalten werden konnten.

Aus dieser Beschreibung ersieht man, dass nur die Linsenschichten der hinteren Hälften auf ihren Brechungsindex geprüft wurden, woraus mit Nothwendigkeit noch nicht gefolgert werden darf, dass den vorderen Schichten derselben Linsen genau derselbe Index zuzuschreiben ist. Das Geständniss Krause's, dass es ihm nicht möglich gewesen sei, mehr als drei Lagen der Linsensubstanz zu untersuchen, genügt uns, um an der Möglichkeit einer Untersuchung von mehr als drei Lagen ein und derselben Linse zu zweifeln. Wir dürfen aber nicht unterlassen darauf aufmerksam zu machen, dass unter solchen Umständen die Annahme gleicher Indices für die Schichten der vorderen und für die Schichten der hinteren Linsenhälften nur auf einer Präsumption, nicht aber auf constatirten Thatsachen beruhe, woraus folgt, dass diese Annahme auch nur auf einen beschränkten Grad von Gewissheit Anspruch machen darf.

Ein anderes — wenn gleich geringfügiges — Bedenken könnte aus der Frage hervorgehen, ob nicht durch den unvermeidlichen Druck, welchen die Linsensubstanz zwischen der biconvexen Crownglaslinse und dem Planglase erleidet, eine kleine Aenderung in deren Brechungsindex bedingen könnte. Für die Hornhaut gibt Krause diesen Einwurf selbst zu, indem er sagt, dass „durch die Pressung, welche unvermeidlich sei, um die Cornea in Gestalt eines Meniscus zu formen, wegen des dadurch hervorgebrachten Auspressens von Plasma eine Aenderung in dem Brechungsindex veranlasst werde,“ weshalb er auch die Zahlen für den Brechungsindex der Hornhaut, so gut dieselben unter einander übereinstimmen, doch für sehr unsicher ansieht. Die Frage, ob in Bezug auf die Linsensubstanz ein ähnliches Bedenken gegründet sei oder nicht, wollen wir unerörtert lassen, doch wird man zugeben müssen, dass bei der ausserordentlichen Subtilität der gegebenen Zahlen ein solches Bedenken nicht ohne Weiteres von der Hand gewiesen werden könne.

So viel über das Verfahren, dessen sich Krause bei seinen Messungen bedient hat. Wir haben der Kürze wegen unterlassen, die vielen Vorsichtsmaassregeln aufzuzählen, welche dabei beobachtet wurden, und welche eben so viele Beweise der grossen Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit

enthalten, mit der diese Messungen veranstaltet worden sind. Wenn daher die gefundenen Indices im Allgemeinen um bedeutendere Grössen, als man nach den Messungen von Brewster und Chossat hätte vermuthen sollen, sowohl unter sich als auch von jenen Messungen differiren, so halten wir uns doch nicht für berechtigt, darauf hin schon einen Zweifel gegen die Zuverlässigkeit der Krause'schen Zahlen zu erheben.

Was aber die Genauigkeit der bis auf vier Decimalstellen angegebenen Zahlen anbetrifft, so möge es uns erlaubt sein, einige Bedenken gegen die Möglichkeit einer so genauen Bestimmung des Brechungsindex mittelst der angegebenen Messungsmethode zu erheben.

Zunächst muss bemerkt werden, dass Krause selbst wegen der Unsicherheit in der Schätzung der Zehnteltheilstriche des Ocularmikrometers nur die dritte Decimalstelle noch verbürgen zu können glaubt, wodurch unseren Bedenken schon auf halbem Wege entgegengekommen wird.

Betrachten wir nämlich die näheren Umstände der Messung etwas schärfer, so ergibt sich von selbst, dass die Genauigkeit des Endresultates von der Richtigkeit der Coefficienten für das destillirte Wasser und von der erreichbaren Genauigkeit dreier Messungen abhängig ist, deren zwei für sämmtliche Indexmessungen dieselben sind. Von diesen beiden letzteren Messungen wird zwar versichert, dass sie in einer grossen Anzahl von Versuchen bis in die vierte Decimalstelle constant übereinstimmend gefunden worden seien. Ist dies in aller Strenge zu verstehen, dann würde überhaupt jeder gegründete Zweifel an der Richtigkeit der vierten Decimalstellen wegfallen; denn, wenn die Möglichkeit einer so grossen Schärfe für zwei Substanzen (Luft und destillirtes Wasser) vorhanden ist, so ist auch anzunehmen, dass dieselbe Schärfe für alle anderen Substanzen — wofern sie nur homogen genug sind, um hinreichend deutliche Bilder zu geben — möglich sein müsse. Krause gibt aber selbst die Unsicherheit der vierten Decimalstelle zu, woraus wir schliessen, dass die obige Behauptung eben nicht in äusserster Strenge zu verstehen sei.

Die Frage, auf deren Entscheidung hier Alles ankommt, ist die, ob die angewendete Methode mikrometrische Messungen erlaubt, welche den erforderlichen Grad von Genauigkeit herbeiführen können.

Im Allgemeinen gilt bei mikrometrischen Messungen die Annahme, dass man die Hälfte oder selbst noch den vierten Theil eines Zwischenraumes zweier Theilstriche des Ocularmikrometers abschätzen könne. Eine solche Regel kann aber nie allgemeine Gültigkeit haben. Es kommt immer auf die particulären Bedingungen an, welche einer Messung zu Grunde liegen, und — wie sich von selbst versteht — auf die individuelle Geschicklichkeit und Uebung des Beobachters. Je gröber die mikrometrische Theilung, und je stärker die Vergrösserung, um so eher wird eine hinreichend sichere Schätzung der Bruchtheile möglich sein.

Die Stärke der ocularen Vergrösserung wird von Krause nicht ausdrücklich angegeben. Es lässt sich aber aus seinen Zahlen entnehmen, dass die Ocular-Vergrösserung etwas mehr als 20, die Objectiv-Vergrösserung etwas weniger als 3 betragen habe. Auf dem Ocular-Mikrometer war die Wien. Lin. in 30 Theile getheilt; die scheinbare Grösse des Zwischenraumes zweier Theilstriche war demnach etwa $^2/_3$ Lin. Es fragt sich, ob der zehnte Theil einer solchen Grösse ($= {}^1/_{15}$ Lin.) bei vergleichenden Messungen sich noch mit Sicherheit abschätzen lasse, oder — da Krause die Unsicherheit einer solchen Schätzung selbst einräumt — welcher Bruchtheil dieser Grösse mit Sicherheit noch abschätzbar sei. Da aber diese Frage sich nicht ganz leicht von dem Boden subjectiver Behauptungen entfernen lässt, so wollen wir sie falfen lassen, und die Entscheidung auf einem anderen Wege herbeizuführen versuchen, indem wir nämlich prüfen, wie gross der Fehler des Endresultates sei, wenn der wahrscheinliche Fehler der Messung bekannt wäre. Dabei mag es Jedem überlassen bleiben, die Grösse des wahrscheinlichen Messungsfehlers nach eigenem Ermessen zu taxiren.

Die Formel, deren sich Krause bedient, um den Brechungsindex einer kleinen Quantität durchsichtiger Substanz zu bestimmen, ist die von Biot in seiner Experimental-Physik aufgestellte Formel. Sie lautet:

$$n = 1 + 0{,}3358 \frac{(D'' - D)\, D'}{(D' - D)\, D''}$$

Darin bedeutet n den Brechungsindex der zu prüfenden Substanz, D den Abstand des Objects von der Objectivlinse, wenn der zwischen dem Planglase und dieser Linse befindliche Raum mit Luft erfüllt ist; D′ den Abstand des Objects von der Objectivlinse, wenn destillirtes Wasser, und D″, wenn die zu prüfende Substanz den Raum zwischen der Objectivlinse und dem Planglase ausfüllt. (Siehe S. 122.)

Weil aber die Vergrösserungen den entsprechenden Distanzen proportional sind, so können, wie Krause richtig nachweist, die Buchstaben D, D′, D″ ebenso gut auch die entsprechenden Vergrösserungen bedeuten, ohne dass die Formel ihre Gültigkeit einbüsst.

Gesetzt nun, die Werthe D und D′ seien vollkommen richtig und genau bestimmt, der Werth D″ aber sei um eine sehr kleine Grösse, welche wir ε nennen wollen, zu klein gemessen worden, wie gross ist der Zuwachs, welchen n erhalten müsste, um den Messungsfehler zu corrigiren.

Der Werth von D″ wird demzufolge übergehen in $D'' + \varepsilon$ und der mit 0,3358 multiplicirte Bruch wird werden:

$$\frac{(D'' - D)\, D' + D'\varepsilon}{(D' - D)\, D'' + (D' - D)\,\varepsilon}$$

Um abzukürzen, schreiben wir:

$$\frac{a + \alpha}{b + \beta} = \frac{a}{b + \beta} + \frac{\alpha}{b + \beta}$$

worin α und β die mit ε multiplicirten Glieder bezeichnen sollen und zwar α das im Zähler, β das im Nenner stehende Glied.

Der abgekürzte Ausdruck wird aber geben:

$$\frac{a}{b+\beta} = \frac{a}{b} - \frac{a\beta}{b^2} + \frac{a\beta^2}{b^3} - \frac{a\beta^3}{b^4} + \ldots$$

$$\frac{\alpha}{b+\beta} = \frac{\alpha}{b} - \frac{\alpha\beta}{b^2} + \frac{\alpha\beta^2}{b^3} - \frac{\alpha\beta^3}{b^4} + \ldots$$

und addirt:

$$\frac{a+\alpha}{b+\beta} = \frac{a}{b} + \frac{\alpha}{b} - \frac{\beta}{b^2}(a+\alpha) + \frac{\beta^2}{b^3}(a+\alpha) - \ldots\ldots$$

oder, indem man die Werthe ($D'\varepsilon$ und $(D'-D)\varepsilon$) zu deren Abkürzung die Buchstaben α und β gedient hatten, restituirt und alle mit der zweiten oder mit höheren Potenzen von ε multiplicirten Glieder vernachlässigt:

$$\frac{a}{b} + \varepsilon \left\{ \frac{D'}{(D'-D)\, D''} - \frac{(D'-D)\,(D''-D)\,D'}{[(D'-D)\,D'']^2} \right\}$$

Der in Klammern eingeschlossene Werth multiplicirt mit dem wahrscheinlichen Messungsfehler (ε), und überdies noch multiplicirt mit dem constanten Faktor 0;3358 ist das erste Differential, oder der gesuchte wahrscheinliche Zuwachs von n, oder der Fehler des Endresultates.

In dem von Krause mitgetheilten Beispiele haben die drei D folgende numerische Werthe:

$$D = 0{,}1219$$
$$D' = 0{,}1908$$
$$D'' = 0{,}2430.$$

Hieraus findet sich der Werth des in Klammern stehenden Faktors

$$= 5{,}7168.$$

Dies multiplicirt mit dem constanten Faktor 0,3358 gibt:

$$1{,}9197,$$

und dies noch multiplicirt mit der Grösse des Messungsfehlers (ε) gibt den gesuchten Fehler des Endresultates.

Man sieht, dass in dem vorliegenden Beispiel der Fehler des Endresultates beinahe doppelt so gross ist, als der Messungsfehler des Werthes D''. Da aber für die sämmtlichen Medien des menschlichen Auges die mit dem Buchstaben D'' bezeichneten Werthe sich nur um ziemlich kleine Grössen von einander unterscheiden werden, so darf auch wohl angenommen werden, dass für jedes D'' der Fehler des Endresultates beinahe doppelt so gross sei als der wahrscheinliche Messungsfehler.

Hierzu kommt nun noch, dass die Werthe der verschiedenen D'' nicht unmittelbar durch Messung gefundene Zahlen, sondern aus gemeinen Brüchen berechnete Decimalbrüche sind. Von zweien solcher Brüche hat uns Krause beispielsweise die unmittelbar gefundenen Zahlen mitgetheilt. Wenn nämlich der mehrerwährte Prüfungsraum des Objectivs mit destillir-

tem Wasser ausgefüllt war, hatte sich constant ergeben, dass 5 Theilstriche des Objectivmikrometers auf 26,2 Theilstriche des Ocularmikrometers kamen. Bei der Kernsubstanz einer Kalbslinse aber war gefunden worden: 7 Theilstriche des Objectivmikrometers auf 28,8 Theilstriche des Ocularmikrometers. Dies ist also:

$$D' = \frac{5}{26,2} = 0,1908$$

$$D'' = \frac{7}{28,8} = 0,2430$$

Wenn man nun zugibt, dass bei der Messung die sichere Schätzung der Zehntheile eines Theilstriches nicht mehr möglich, dass also Irrungen um einen Zehntheil eines Theilstriches unvermeidlich seien, dann lässt sich leicht berechnen, dass eine solche Irrung den Decimalbruch

für D′ um 0,00073

für D″ um 0,00090

verändert. Die Grösse dieser Veränderung nimmt aber offenbar zu mit der abnehmenden Stärke der Vergrösserung. Denn da der Prüfungsraum ein planconcaver Meniskus ist, so muss die Vergrösserung um so schwächer werden, je stärker brechend die zu prüfende Substanz, und umgekehrt. Da ferner in den brechenden Medien des Auges keine Substanz vorkommt, welche so schwach bricht wie destillirtes Wasser, wohl aber Linsensubstanz vorkommt, welche stärker bricht als die beispielsweise angeführte Kernsubstanz einer Kalbslinse, so folgt daraus, dass der Messungsfehler, welcher aus der Unmöglichkeit hervorgeht, den zehnten Theil eines Theilstriches mit Sicherheit zu schätzen, grösser sein müsse als:

0,00073,

und grösser sein könne als:

0,00090.

Wir werden ihn daher — niedrig veranschlagt — zu

0,0008

verrechnen dürfen.

Wir haben aber gesehen, dass bei der Berechnung von n der Fehler, welcher auf D″ fällt, sich beinahe verdoppelt. Wir hätten somit als wahrscheinlichen Fehler des Endresultates den Werth

0,0016

zu betrachten, woraus hervorgeht, dass selbst die Einheit der dritten Decimalstelle in den mitgetheilten Zahlen nicht mehr als vollkommen zuverlässig anzusehen sei; wenn nämlich zugegeben wird, dass bei der Messung der zehnte Theil eines Theilstriches nicht mehr mit Sicherheit abgeschätzt werden könne.

In Betreff des — auf Listing's Rath — neu eingeführten Brechungsindex für das destillirte Wasser, anstatt des alten Brewster'schen Werthes, möge hier nur so viel gesagt werden, dass diese Neuerung für die vor-

liegenden Zahlen von wenig Belang ist, weil sie dieselben nur um Grössen zu ändern vermag, welche den Werth des wahrscheinlichen Fehlers im Endresultat kaum oder gar nicht übersteigen.

Endlich muss noch angemerkt werden, dass die untersuchten Augen keineswegs sehr frisch, sondern erst 16 bis 40 Stunden nach dem Tode untersucht wurden, ein Umstand, welcher allerdings zu grossen Bedenken Anlass geben könnte. Krause sucht zwar durch vergleichende Messungen an Kalbsaugen den Beweis zu führen, dass die Veränderungen, welche in dieser Zeit in Bezug auf das Brechungsvermögen eintreten, nicht erheblich sein können. Doch ist seine Beweisführung nicht ganz stringent, weil sie sich nur auf arithmetische Mittelzahlen stützt; eine Stütze, welche bekanntlich sehr schwach ist. — Es wurden zu diesem Zweck 40 Kalbsaugen untersucht, von denen die Hälfte in ganz frischem Zustande, die andere Hälfte nach 24 bis 28 Stunden gemessen wurde. Eine Vergleichung der arithmetischen Mittelzahlen beider Versuchsreihen zeigte in der That Differenzen, welche — wie Krause sich ausdrückt — „merkwürdiger Weise im höchsten Grade unbedeutend sind, so dass sie von den individuellen Verschiedenheiten bei Weitem überwogen werden."

Die gefundenen Differenzen der arithm. Mittelzahlen waren aber:

für die Hornhaut	= 0,0013
„ „ wässerige Flüssigkeit	= 0,0006
„ „ Corticalsubstanz der Linse	= 0,0029
„ „ äussere Kernschicht der Linse	= 0,0017
„ den Linsenkern	= 0,0008
„ „ Glaskörper	= 0,0002.

Ueber die Individuen, deren Augenmedien gemessen wurden, und welche sämmtlich im Göttinger Hospitale gestorben sind, erfahren wir noch folgende nähere Details. Die Reihenfolge ist mit den fortlaufenden römischen Ziffern übereinstimmend. Das hinzugefügte (m) oder (w) bedeutet männliche oder weibliche Individuen:

I., II. (m). Ein todtgeborenes Kind. Die Geburt durch die stattfindende Gesichtslage sehr verzögert. Die Section ergab starke Hyperämie des Gehirns. Nach 34 Stunden untersucht; durchschnittliche Temperatur des Aufbewahrungsortes der Leiche 12° R.

III., IV. (w). 43 J. Tod in Folge von Insufficienz der Mitralklappe. Nach 28 St. untersucht. Temperatur des Leichenhauses 15° R.

V., VI. (m). 38 J. Tuberkulose. Nach 26 St. untersucht. Temperatur 17° R.

VII., VIII. (m). 35 J. Carcinom des Pylorus. Nach 28 St. untersucht. Temperatur 19° R.

IX., X. (w). 46 J. Pyämie. Nach 16 St. untersucht. Temperatur 19° R. Die Linse (X) zeigte an der Peripherie eine Trübung, bedingt durch fettige Degeneration der Linsenfasern.

XI., XII. (m). 68 J. Tuberkulose. Nach 24 St. untersucht. Temperatur 13⁰ R. Das Corpus vitreum (XI) war hydropisch.

XIII., XIV. (m). 70 J. Nach 40 St. untersucht. Temperatur 9⁰ R.

XV., XVI. (m). 34 J. Typhus. Nach 36 St. untersucht. Temperatur 8⁰ R.

XVII., XVIII. (m). 16 J. Pyämie. Nach 20 St. untersucht. Temperatur 8⁰ R.

XIX., XX. (w). 71 J. Tod in Folge einer Kopfverletzung. Nach 18 St. untersucht. Temperatur 10⁰ R.

13.

Wir haben nun noch die Ergebnisse der Helmholtz'schen Messungen an den Augen lebender Menschen zu besprechen.

Von diesen Messungen darf man mit Recht behaupten, dass sie den Anfang einer neuen Epoche für die Dioptrik des menschlichen Auges bezeichnen, ohne den Vorwurf der Ueberschätzung ihres Werthes fürchten zu müssen.

In der That, wenn es möglich geworden ist — woran vielleicht noch Niemand zu denken gewagt hatte — die Krümmungen und Dimensionen des menschlichen Auges während des Lebens zu messen, und zwar ebenso genau, ja selbst noch weit genauer, als es bis jetzt an todten und durchschnittenen Augen, trotz aller darauf verwendeten Sorgfalt, gelungen ist, dann lässt sich wohl voraussagen, dass in Zukunft die Behandlung der dioptrischen Fragen auf dem Gebiete der Ophthalmologie eine ganz andere und neue werden muss. Man wird die dioptrischen Anomalieen des Auges, von denen man bisher nur Hypothetisches gekannt und gewusst hat, jetzt wirklich kennen und beurtheilen lernen, und wird nun endlich auch in diesem Gebiete auf dem Boden objectiver Erfahrungen und Beobachtungen fussen können; wie wir es ja demselben hochverdienten Forscher — welcher die schwierigsten optischen Probleme gleichsam spielend zu lösen versteht — schon zu danken haben, dass wir seit wenig Jahren in die krankhaften Veränderungen im Innern des Auges — soweit es wenigstens die sinnliche Wahrnehmung gestattet — die vollständigste Einsicht gewinnen können.

Das Wenige, was wir von der meisterhaften Helmholtz'schen Abhandlung hier wiedergeben können, darf nur als ein magerer Auszug angesehen werden; um so mehr sehen wir uns genöthigt, unsere Leser auf die Original-Abhandlung zu verweisen, in welcher sie das hier zu Besprechende ausführlicher und klarer dargestellt und ausserdem noch viele andere wichtige Notizen finden werden, welche wir zu übergehen genöthigt sind.

Die Messungen beziehen sich auf die rechten Augen dreier weiblichen Individuen im Alter von 25 bis 30 Jahren, welche mit den Buch-

staben OH, BP. und IH. bezeichnet werden, und welche wir in derselben Reihenfolge mit I, II, III bezeichnen. Alle drei hatten ein scharfes Gesichtsvermögen, nur OH. war etwas kurzsichtig.

Krümmungen der Hornhautflächen.

Helmholtz macht zunächst der Senff'schen Messungs-Methode den Vorwurf, dass sie zu genaueren Bestimmungen der Hornhautkrümmung nicht besonders geeignet sei, weil es unmöglich ist den Kopf eines lebenden Menschen in solcher Weise zu fixiren, dass Verschiebungen von 0,01 mm. für die — wenn auch nur kurze — Dauer der Messung gänzlich vermieden werden könnten. Es kam ihm darauf an, das bewegliche Hornhautbild genau zu messen, während es sich bewegt, so dass also ganz kleine Bewegungen des Kopfes der genauesten Messung durchaus keinen Eintrag thun können.

Diese Absicht erreichte er durch ein Instrument, welches auf Grund nachfolgender Betrachtungen construirt ist.

Bringt man vor das Objectiv eines Fernrohrs eine planparallele Glasplatte, welche zur Axe des Instrumentes genau senkrecht steht, dann wird das Bild um eine sehr kleine, von der Dicke und dem Brechungsindex der Glasplatte abhängige Distanz dem Beobachter näher gerückt. Gibt man der Glastafel eine Stellung, welche auf die Fernrohraxe nicht genau senkrecht ist, dann erleidet das Bild überdies noch eine seitliche Ablenkung, deren Grösse von dem Winkel abhängt, den die Ebene der Glastafel mit der Axe des Instrumentes einschliesst. Denkt man sich nun die Glastafel durchschnitten — wir wollen annehmen in horizontaler Richtung — und denkt man sich die eine Hälfte derselben normal zur Fernrohraxe, die andere einen kleinen Winkel mit derselben einschliessend, dann müssen offenbar zwei Bilder von halber Lichtintensität neben einander gesehen werden, von denen das eine genau in seiner wahren Richtung, das andere dagegen ein wenig zur Seite abgelenkt erscheint. Wäre das Object ein zweifaches, dann müsste ein vierfaches Bild auftreten, welches in ein zweifaches Bild übergeht, sobald beide Hälften der Glasplatte in ein und dieselbe Ebene gebracht werden. Es könnte aber auch die Stellung der beiden Hälften der Glasplatte eine solche werden, dass zwei ungleichnamige Bilder zur Deckung kommen; alsdann würde man drei Bilder sehen von denen das mittlere in ganzer, die beiden anderen Bilder aber in halber Lichtstärke erscheinen. In diesem letzteren Falle ist es möglich, die Distanz der beiden Objecte aus der Stellung der beiden Glasplatten zu berechnen.

Dieser Fall ist es, welchen Helmholtz zu seinen Messungen der Hornhautkrümmung benutzt hat.

Sein Ophthalmometer besteht dem Wesentlichen nach aus einem

Fernrohr, vor dessen Objectiv ein Messingkasten angebracht ist. In diesem Messingkasten befinden sich die beiden um eine gemeinschaftliche (der Zeichnung nach vertikale) Axe drehbaren Glasplatten-Hälften. Die Einstellung ist so eingerichtet, dass mittelst eines Getriebes beide Hälften der Glasplatte immer gleichzeitig und genau um gleichgrosse Winkel, jedoch nach entgegengesetzten Richtungen, gedreht werden. Es würde demnach, sobald beide Glasplatten nicht in ein und derselben Ebene liegen, ein einfaches Object doppelt erscheinen, und zwar so, dass die Verschiebung eines jeden der beiden Doppelbilder, von der Gesichtslinie aus gerechnet, genau gleich gross wird. Bei solcher Einrichtung muss offenbar der Krümmungshalbmesser der spiegelnden Stelle immer zur Axe des Fernrohrs parallel sein.

Die Winkelgrösse der Drehung lässt sich mit Hülfe eines Nonius bis auf $^1/_{10}$ Grad ablesen, welches nach Helmholtz im Durchschnitt etwa $^1/_{300}$ Mm. auf der Oberfläche der Hornhaut gemessen, entspricht. Jede der beiden Hälften der Glastafel hat ihre eigene Gradeintheilung, welche mit dem Nonius versehen ist. Dadurch wird es möglich, die Genauigkeit der gleich grossen Drehung beider Platten zu controlliren. Die Grösse dieser Drehung differirt gewöhnlich um einige Zehntel eines Grades, wovon für die Rechnung das arithmetische Mittel zu nehmen ist. Um Fehler der Theilung möglichst zu vermeiden, wurden in der Regel, da für jede Messung vier verschiedene Stellungen der Glasplatten möglich sind, für jede Messung vier Beobachtungen in diesen vier verschiedenen Stellungen gemacht, und das Mittel aus den gefundenen vier Werthen für die Rechnung benutzt.

Für die Grösse (x) der scheinbaren Ablenkung des Bildes durch eine Glasplatte findet Helmholtz die Formel:

$$x = h \frac{\text{Sin.}\ (\alpha - \beta)}{\cos \beta.}$$

worin h die Dicke der Glasplatte, α den Einfallswinkel, β den Refraktionswinkel bedeutet. Ist α und überdies noch das Brechungsverhältniss der Glasplatte genau bekannt, dann lässt sich β, und — wenn h ebenfalls genau bekannt ist — auch x leicht berechnen.

Benutzt man zwei um gleiche Winkel drehbare Platten, dann ist die Entfernung (E) zweier beobachteten Punkte, deren Bilder man auf einander gestellt hat, doppelt so gross als x; also:

$$E = 2h \frac{\text{Sin.}\ (\alpha - \beta)}{\cos \beta.}$$

Die Messung wird nun in folgender Weise ausgeführt:

Der Beobachtete sitzt an einem Tische vor einem Papierschirm, welcher mit einer Oeffnung von 1 Zoll Durchmesser versehen ist. Durch diese Oeffnung wird er angewiesen hindurchzuschauen, womit die Lage

seines Auges so weit als nöthig gesichert ist. Ungefähr in der Höhe des Auges und in einer Entfernung von sechs bis acht Fuss wird in horizontaler Richtung ein Maassstab angebracht. Den Fusspunkt eines von dem beobachteten Auge auf den Maassstab gefällten Perpendikels ermittelt man durch einen kleinen Planspiegel, welcher in gleicher Ebene an demselben verschoben werden kann. Die Stelle, an welcher das beobachtete Auge sich selbst gespiegelt sieht, ist der gesuchte Fusspunkt. Von diesem Punkte aus werden nach beiden Seiten hin gleiche Distanzen (etwa 2 Fuss) abgemessen, und an jedem dieser abgemessenen Endpunkte wird eine Lampe aufgestellt, deren Licht durch die Oeffnungen nahe davor gestellter Pappschirme auf das beobachtete Auge fällt und auf der Hornhaut derselben Spiegelbilder erzeugt. Die Oeffnungen eines jeden Pappschirmes müssen verschieden sein, damit die beiden Hornhautbilder leicht von einander unterscheidbar bleiben. — Nun wird das Ophthalmometer genau in der Linie des früher gefundenen Perpendikels und in der richtigen Entfernung von dem beobachteten Auge fest aufgestellt, und es werden durch Drehung der Glasplatten zwei ungleichnamige Bilder zur Deckung gebracht, woraus sich die Distanz dieser beiden Bilder — nach der eben angegebenen Formel — berechnen lässt.

Die Verschiedenheit oder die Aenderung in der Länge des Hornhautradius lässt sich nach dieser Methode bis auf $^1/_{200}$ seiner Länge (mithin bis auf etwa 0,017 P. Lin.) bestimmen.

Die Richtung des Auges kann sehr gut gesichert werden, wenn man ihm einen bestimmten Gesichtspunkt anweist, und indem man die Lage dieses Punktes ändert, kann man auch Drehungen des Auges um genau messbare Winkel hervorbringen.

Will man den Krümmungsradius der Hornhaut für den vorderen Pol der Gesichtslinie kennen lernen, so lässt man das Auge nach der Mittellinie des Ophthalmometers sehen, zu welchem Ende man in der vorderen Oeffnung des Instrumentes ein Kreuz von zwei feinen weissen Fäden anbringen kann. — Bezeichnet man nun den gegenseitigen Abstand der beiden Lampen mit b, die Distanz ihrer beiden Spiegelbilder auf der Hornhaut mit β, die Länge des Perpendikels oder die Entfernung des beobachteten Auges von dem Maassstabe mit a, den gesuchten Krümmungshalbmesser der Hornhaut mit r, dann ist:

$$b : \beta = a : \frac{r}{2}$$

und

$$r = \frac{2\,a\beta}{b}.$$

Weist man dem Auge nach einander verschiedene Fixationspunkte an und wiederholt für alle diese die Messung, dann kann man für die verschiedenen Punkte der Hornhaut die verschiedenen ihnen zukommenden

Krümmungshalbmesser finden und daraus die krumme Oberfläche suchen, welcher die Krümmung der Hornhaut am nächsten kommt.

Nach Helmholtz entspricht die Form der Hornhaut nahehin einem Ellipsoid, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre grössere Axe erzeugt ist. Um die Lage des Scheitelpunktes dieses Ellipsoides zu finden, brachte Helmholtz ein kleines Spiegelchen so nahe wie möglich unter der Axe des Fernrohrs an. Da nun angenommen werden kann, dass das Licht, welches von diesem Spiegelchen auf die Hornhaut gelangt, in derselben Richtung in das Auge einfällt, als das Fernrohr hineinsieht, so muss das Spiegelbild auf derjenigen Stelle der Hornhaut erscheinen, welche senkrecht ist gegen die Fernrohraxe. Nun werden die ebenen Glasplatten des Ophthalmometers so gedreht, dass sich die Bilder der Hornhaut und des hellen Pünktchens darauf verdoppeln. Zugleich wird das von dem beobachteten Auge fixirte Objekt so lange verschoben, bis es möglich ist, die Doppelbilder so einzustellen, dass jedes der beiden Bilder des hellen Pünktchens mit einem Bilde eines der entgegengesetzten Ränder der Hornhaut zusammenfällt. Bei dieser Stellung des beobachteten Auges ist offenbar das Bild des hellen Pünktchens, ohne Verdoppelung durch das Fernrohr betrachtet, genau in der Mitte der Hornhaut. Der Winkel, welchen bei dieser Stellung die Gesichtslinie des beobachteten Auges mit der Axe des Fernrohrs macht, ist nicht schwer zu ermitteln. Eine Vergleichung dieses Winkels mit dem (früher gefundenen) Winkel, welchen die grosse Axe der ellipsoiden Hornhautkrümmung mit der Axe des Fernrohrs gemacht hatte, ergab als grösste Differenz einen Winkel von 32 Minut., eine Differenz, welche als möglicher Messungsfehler vernachlässigt werden kann. Hieraus darf also gefolgert werden, dass der Mittelpunkt der Hornhaut mit dem Scheitelpunkt ihrer Krümmung zusammenfalle, und dass darum auch die grosse Axe der Ellipse auf der Ebene der Hornhautbasis senkrecht stehe.

Aus dem Winkel, um welchen in dem angegebenen Versuche die Glasplatten abgelenkt werden mussten, lässt sich sogleich noch der horizontale Durchmesser der Hornhaut berechnen, und aus diesem und der gefundenen krummen Oberfläche für die Hornhaut der Abstand ihres Scheitels von der Basis.

Die Krümmung der hinteren Hornhautfläche durch Messungen am Lebenden zu bestimmen, ist Helmholtz bis jetzt noch nicht gelungen, obwohl er viel Mühe darauf verwendet hat (12). Messungen an todten Augen und an durchschnittenen Hornhäuten führten ihn aber zu dem Resultate, dass die Annahme einer concentrischen Lage beider Flächen für die beiden mittleren Viertel des Hornhaut - Durchmessers kaum merklich von der Wahrheit verschieden sei. Ophthalmometrische Messungen todter und ausgeschnittener Hornhäute (8) zeigten ihm überdies, dass die Hornhaut weder als collektives noch als dispansives, opti-

sches Element wirke, woraus ein weiteres Argument für den Parallelismus ihrer beiden Flächen entnommen werden kann. Demzufolge ist Helmholtz der Ansicht, dass ohne Nachtheil für die Berechnung der Brechung im menschlichen Auge die Annahme gemacht werden könne, dass die wässrige Feuchtigkeit bis zur vorderen Fläche der Hornhaut reiche.

Mit Hülfe eines als allgemein gültig angesehenen Brechungsindex der wässrigen Feuchtigkeit, welcher nach Brewster

$$= 1{,}3366,$$

nach Helmholtz mittelst einer neuen später zu beschreibenden Methode

$$= 1{,}3365$$

gefunden wurde, und auf Grund der gemessenen Hornhautkrümmung lassen sich nun die beiden Brennweiten des Hornhaut-Kammerwasser-Elementes berechnen. Die Kenntniss dieser Brennweiten ist für die nachfolgenden Messungen unentbehrlich.

Abstand der vorderen Linsenfläche von der vorderen Hornhautfläche.

Um die Entfernung der Linse von der Hornhaut zu messen, benutzt man den Pupillarrand der Iris. Die Aufgabe reducirt sich demnach darauf, die Entfernung des Mittelpunktes des Pupillarrandes, welcher der vorderen Linsenfläche unmittelbar anliegt, (14) von der Hornhaut zu bestimmen.

Die Beobachtungsweise unterscheidet sich von dem früheren Verfahren jetzt dadurch, dass Lampe und Ophthalmometer ihre Plätze vertauschen. An dem Fusspunkte des von dem Auge auf die Scala gefällten Perpendikels wird die Lampe aufgestellt. Vor derselben — wie gewöhnlich — ein Schirm mit einer kleinen Oeffnung. Mit dem Ophthalmometer wird nun zuerst von der einen, dann von der andern Seite beobachtet, jedoch in Richtungen, welche mit dem Perpendikel genau gleiche Winkel einschliessen. Zu diesem Ende müssen zuvor die Stellungen, welche das Ophthalmometer einnehmen soll, so wie das Perpendikel selbst auf dem Tische genau verzeichnet werden.

An der Scala befindet sich ein verschiebbares Gesichtszeichen, welches als Fixationspunkt für das beobachtete Auge dient.

Nun wird zuerst von der einen Seite her das Spiegelbildchen der Hornhaut, dessen optischer Ort etwas hinter der Pupillarebene gelegen ist, mittelst des Ophthalmometers beobachtet. Die Glasplatten werden so gedreht, dass das eine Doppelbild des Spiegelbildchens mit dem einen Pupillarrande zusammentrifft. Trifft dann das andere nicht gleichzeitig mit dem anderen Pupillarrand zusammen, dann verschiebt man das Gesichtszeichen an der Scala so lange, bis dieses der Fall ist, ähnlich wie es bereits gemacht wurde, um den Mittelpunkt der Hornhaut ausfindig zu machen. Hat man diejenige Stellung des Auges gefunden, bei welcher es möglich wird,

die beiden Spiegelbilder mit den beiden Pupillarrändern zur Deckung zu bringen, dann steht offenbar das Hornhautbildchen, vom Orte des Beobachters aus gesehen, perspectivisch hinter dem Mittelpunkte der Pupille. Dasselbe Verfahren wird bei der zweiten Stellung des Ophthalmometers wiederholt. — Der Punkt, in welchem beide Richtungen sich schneiden, ist der Mittelpunkt der Pupillaröffnung. Man bemerke wohl, dass durch dieses Verfahren nicht etwa der Mittelpunkt der auf die Fernrohraxe senkrechten Projection der Pupillaröffnung (welcher dem nach der Seite des Lichtquells zu gelegenen Pupillarrande etwas näher ist), sondern die Pupillenmitte selbst gefunden wird. Hätte man durch ein ähnliches Verfahren, aber ohne Mitbenutzung der Hornhautspiegelbilder, die entgegengesetzten Ränder der Pupille durch Drehen der Glasplatten zur Deckung gebracht, dann würde man die Mitte der Projection der Pupillaröffnung gefunden haben. Indem man aber das Hornhautspiegelbild, dessen Lage aus den vorhergehenden Messungen als bekannt angenommen wird, mit den Rändern der Pupille sich gleichzeitig decken lässt, muss offenbar die Fernrohraxe durch die wahre Mitte der Pupille hindurch gehen, und es muss bei einer zweiten Messung der Kreuzungspunkt beider Richtungen der Fernrohraxe die wahre Mitte der Pupille bezeichnen.

Die Entfernung dieses Punktes von der Vorderfläche der Hornhaut muss nun berechnet werden. Dazu haben wir folgende Daten:

1) Die Entfernung des Spiegelbildchens von der Vorderfläche der Hornhaut, welche, wenn die Lampe in einer Distanz von drei Fuss oder mehr vom Auge aufgestellt ist, sich nicht mehr um messbare Grössen von dem halben Radius der Hornhaut unterscheidet. Diese Entfernung heisse demnach $\frac{1}{2}$ R.

2) Da wir aus früheren Messungen den Winkel kennen, welchen die Gesichtslinie mit der Hornhautaxe einschliesst, und da wir aus der letzteren Messung die beiden Fixationspunkte angemerkt haben, aus denen sich die beiden Winkel berechnen lassen, welche bei der Beobachtung die Gesichtslinie des beobachteten Auges mit der Richtung des einfallenden Lampenlichtes macht, so lassen sich auch die Winkel finden, welche in beiden Versuchen die Hornhautaxe mit der Richtung des einfallenden Lampenlichtes einschliesst. Die beiden Winkel mögen genannt werden γ_1 und γ_2.

3) Denken wir uns die Hornhautaxe als Einfallsloth, dann muss die seitliche Entfernung des Spiegelbildes von der Hornhautaxe ausgedrückt werden:

$$\text{im ersten Versuch} = \tfrac{1}{2}\,\text{R. tang}\,\gamma_1 = \beta_1$$
$$\text{im zweiten Versuch} = \tfrac{1}{2}\,\text{R. tang}\,\gamma_2 = \beta_2.$$

4) Endlich sollen noch die beiden Winkel, welche die Richtung des Ophthalmometers mit der Hornhautaxe macht, α_1 und α_2 heissen,

Es sei nun die Hornhautaxe die x Axe eines Coordinatensystems; dann sind x und y die Coordinaten des Mittelpunktes der scheinbaren Pupille, gerechnet von der Vorderfläche der Hornhaut.

Zwischen den Grössen $\frac{1}{2}$ R., β_1, β_2, α_1, α_2 findet sich folgende Relation:

$$y = \frac{\beta_2 \operatorname{tang} \alpha_1 - \beta_1 \operatorname{tang} \alpha_2}{\operatorname{tang} \alpha_1 + \operatorname{tang} \alpha_2}$$

$$x = \frac{1}{2} R - \frac{\beta_1 + \beta_2}{\operatorname{tang} \alpha_1 + \operatorname{tang} \alpha_2}.$$

Hier sind aber y und η die Coordinaten des Mittelpunktes der scheinbaren Pupille. Nennt man die Coordinaten der wahren Pupille ξ und η, die erste Brennweite der Hornhaut f_1, die zweite f_2; dann ist

$$\xi = \frac{x f_2}{x + f_1}$$

$$\eta = \frac{y f_1}{x + f_1}.$$

Krümmung der vorderen Linsenfläche.

Um die Krümmung der vorderen Linsenfläche zu bestimmen, könnte man ebenso verfahren, wie bei der Bestimmung der vorderen Hornhautkrümmung. Indessen, da die Vorderfläche der Linse kein vollkommen scharfes Bild formt und da überdies das Bild zu lichtschwach ist, um durch das Ophthalmometer in deutlich sichtbare Doppelbilder (von halber Lichtstärke) zerlegt werden zu können, fand es Helmholtz zweckmässiger, einen anderen Weg einzuschlagen.

Er vergleicht die Grösse des Bildchens der vorderen Linsenfläche mit einem dicht daneben stehenden Hornhautbildchen, dessen Grösse leicht gemessen und berechnet werden kann. Es mussten desshalb zwei Objecte benutzt wurden, deren eines von veränderlicher Grösse war, um dessen Spiegelbild (auf der Hornhaut) mit dem Spiegelbilde des anderen (auf der vorderen Linsenfläche) gleich gross machen zu können.

Das Object für die Spiegelung an der Linsenfläche ist eine Lampe, vor welcher ein Schirm mit grosser (9 □ Lin.) Oeffnung steht; dicht daneben als Object für die Spiegelung an der Hornhaut ein Wachslicht, vor welchem ein Schirm mit enger (2 □ Lin.) Oeffnung. Das Wachslichtchen mit seinem Schirm ist nach oben und unten verschiebbar. — Unmittelbar und ganz nahe vor dem Auge des Beobachteten steht genau horizontal ein kleines planes Metallspiegelchen. Von diesem Spiegelchen werden die beiden Objecte gegen das Auge des Beobachteten reflectirt, so dass der Beobachter nun die Spiegelbilder der beiden Objecte verdoppelt sieht. Die Beobachtung wird entweder mit unbewaffnetem Auge, oder mit einem schwach vergrössernden, aber lichtstarken Fernrohr, und zwar in folgender

Weise ausgeführt: Nachdem die zur Messung erforderlichen Apparate in der angegebenen Weise gehörig aufgestellt sind, wird das Wachslicht mit seinem Schirm so lange nach oben oder unten verschoben, bis der Abstand seiner (auf der Hornhaut) gespiegelten Doppelbilder genau ebenso gross wird, wie der Abstand der beiden Mittelpunkte des von der Lampe (auf der vorderen Linsenfläche) gespiegelten Doppelbildes.

Darauf wird die Entfernung des Mittelpunktes der Schirmöffnung vor der Lampe und der Schirmöffnung vor dem Wachslichtchen von dem Niveau der Horizontalebene des planen Metallspiegelchens genau gemessen. — Das Doppelte dieser Grösse würde offenbar der Distanz zweier Objecte gleich sein, deren Spiegelbilder auf der Hornhaut sich ebenso verhalten, wie das mit Hülfe des Metallspiegelchens hervorgebrachte Doppelbild.

Der Krümmungshalbmesser der Hornhautvorderfläche (R) ist aus früheren Messungen bekannt, mithin auch die Brennweite ihres Convexspiegels ($^1/_2$ R).

Die Spiegelung an der vorderen Linsenfläche gehört aber einem zusammengesetzten (dioptrisch-katoptrischen) System an, weil hier noch die doppelte Brechung in dem vor der Spiegelfläche befindlichen Mittel in Rechnung gebracht werden muss.

Nun bemerkt Helmholtz, dass bei solchen Systemen die Grösse der Spiegelbilder weit entfernter Objecte sich direct verhalte, wie die Brennweiten, und mithin, dass die Grössen zweier gleich weit entfernter Objecte, wenn ihre Spiegelbilder gleich gross sind, sich verhalten müssen, umgekehrt wie die Brennweiten.

Nennen wir daher die Entfernung des Mittelpunktes der Schirmöffnung vor dem Wachslichtchen von dem Niveau des planen Metallspiegels a, die Entfernung des Mittelpunktes der Schirmöffnung vor der Lampe von derselben Horizontalebene b, die negative Brennweite für die einfache Spiegelung an der Hornhautvorderfläche $^1/_2$ R., und endlich die Brennweite der zusammengesetzten Spiegelung an der Vorderfläche der Linse q, dann ist

$$q : {}^1/_2\, R = a : b$$

und

$$\frac{R}{2q} = \frac{b}{a}$$

Aus dem gemessenen Werthe von $\frac{b}{a}$, welcher bei wiederholten Messungen sich erst in der zweiten Decimalstelle um einige Einheiten schwankend zeigte, findet sich leicht:

$$q = \frac{aR}{2b}$$

Aus dem Werthe von q ist aber der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Linse nach folgender von Helmholtz aufgestellten Formel zu berechnen (47):

$$r = \frac{q\,(f_2 - d)^2}{{}^1/_2\, f_1\, f_2 - q\,(f_2 - d)}$$

worin f_1 und f_2 die bereits gefundene erste und zweite refraktive Brennweite der Hornhaut-Augenkammer, d die ebenfalls schon bekannte Distanz zwischen der Mitte der Pupillarfläche und dem Scheitelpunkte der Hornhaut, und endlich q die eben gefundene Reflexionsbrennweite des zusammengesetzten spiegelnden Elementes bedeutet.

Veränderungen bei der Accommodation.

Bei der Accommodation für die Nähe wölbt sich die vordere Fläche der Linse stärker, ihr Krümmungshalbmesser wird kleiner.

Indem man die Beobachtung ganz ebenso ausführt, wie eben beschrieben wurde, und nur das Auge für ein näheres Gesichtszeichen accommodiren lässt, findet sich auch der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Linse bei der Accommodation für die Nähe.

Bei der Accommodation für die Nähe tritt aber auch die vordere Linsenwand mehr hervor und nähert sich der Hornhaut, was an der sichtbaren Verschiebung des Pupillarrandes nach vorn erkennbar wird.

Um wie viel sich beim Nahesehen der Pupillarrand der Iris nach vorn verschiebt, lässt sich wenigstens annähernd bestimmen, nachdem man die Krümmung der Hornhaut und die Entfernung der Pupillarfläche von der Hornhaut bestimmt hat.

Die Beobachtung wird mit einem Fernrohr aus einer Entfernung von acht oder zehn Fuss angestellt. — Dem beobachteten Auge werden zwei Fixationspunkte, einer in der Nähe, ein anderer in der Ferne gegeben, welche aber genau in ein und derselben Visirlinie liegen müssen. Hat sich nun der Beobachter gegen dieses Auge, wenn es den entfernteren Punkt fixirt, so gestellt, dass ihm die ganze Pupille gerade verdeckt wird, dann muss die Gesichtslinie des Beobachters in der wässrigen Flüssigkeit durch den jenseitigen Pupillarrand und durch den diesseitigen Scleroticalrand gehen. Wird beim Nahesehen die ganze Pupille vor dem Rande der Sclerotica eben sichtbar, dann muss nun der diesseitige Pupillarrand jene Gesichtslinie berühren, und es kann, wenn man die (vorher genau unter denselben Beleuchtungsverhältnissen gemessene) Pupillarweite kennt, annähernd berechnet werden, um wie viel sich der Pupillarrand nach vorn bewegt habe. Tritt die Pupille beim Nahesehen nicht ganz vor, sondern nur die Hälfte, zwei Drittel u. s. w., so muss man die Grösse des vorgetretenen Theiles abschätzen und danach die Berechnung anstellen.

Abstand der hinteren Linsenfläche von der vorderen Hornhautfläche und Dicke der Linse.

Es bleibt nun noch übrig, den Ort und die Krümmung der hinteren Linsenfläche zu bestimmen.

Um den Ort der hinteren Linsenfläche zu bestimmen, wählte Helmholtz ein ähnliches Verfahren, wie für die Bestimmung der vorderen Linsenkrümmung, doch wurde eine Modification dieses Verfahrens nothwendig, weil bei der vorderen Linsenfläche der Ort, an dem sie sich befindet, durch den sichtbaren Pupillarrand, welcher derselben genau anliegt, kenntlich gemacht wird, während für den Ort der hinteren Linsenkrümmung ein solcher Anhaltspunkt nicht gegeben ist. — Um nun diesen Ort zu bestimmen, benutzte Helmholtz die Spiegelbilder der vorderen Hornhautfläche, indem er mit ihrer Hülfe den Kreuzungspunkt zweier Visirlinien bestimmte, welche genau gegen ein und denselben Punkt der hinteren Linsenfläche zielten. Um aber zwei Visirlinien zu haben, welche sich beide in ein und demselben Punkte der hinteren Linsenfläche begegnen, wurde das von der hinteren Linsenwand reflektirte Bildchen eines Lampenlichtes aufgesucht; alsdann das eigene Auge genau an den früheren Ort des Lichtes, das Licht genau an den früheren Ort des Auges gebracht, und nun aufs Neue das Reflexbildchen der hinteren Linsenwand aufgesucht. Der Kreuzungspunkt dieser beiden Visirlinien geht bei unveränderter Stellung des Auges beidemal durch ein und denselben Punkt der hinteren Linsenwand.

Um diesen Punkt genau zu bestimmen, wird folgendes Verfahren eingeschlagen. Vor dem Auge wird, wie früher, eine Scala aufgestellt. An dieser Scala befindet sich ein Gesichtszeichen, welches so eingestellt wird, dass die Hornhautaxe in der Richtung des Perpendikels gegen die Scala geht. Dies ist aus dem schon früher gemessenen Excentricitätswinkel, welchen die Gesichtslinie mit der Hornhautaxe einschliesst, leicht ausführbar.

Nun wird an irgend einem Punkte der Scala eine Lampe aufgestellt; vor derselben ein Schirm mit grosser Oeffnung. Diese Lampe dient zur Hervorbringung des hinteren Linsenreflexes. Ebenso weit von dem Fusspunkte des Perpendikels nach der anderen Seite hin wird das Ophthalmometer aufgestellt. An der Scala verschiebbar befindet sich noch ein Wachslichtchen, und vor demselben ein Schirm mit enger, durch ein blaues Glas verschlossener Oeffnung. Dieses Wachslichtchen dient zur Hervorbringung des Hornhautreflexes.

Das Messungsverfahren ist nun folgendes: Mit dem Ophthalmometer, von welchem aber das Kästchen mit den drehbaren Glasplatten entfernt ist, wird der Reflex des Lampenlichtes an der hinteren Linsenwand aufgesucht. Dann wird das Wachslichtchen so lange an der Scala verschoben,

bis der Cornealreflex des blauen Lichtchens mit dem Lampenreflex an der hinteren Linsenwand genau congruirt. An der Scala wird der Theilstrich angemerkt, über welchem der Mittelpunkt der Schirmöffnung vor dem blauen Lichte steht. Dasselbe Verfahren wird eingehalten, nachdem Ophthalmometer und Lampe ihre Plätze vertauscht haben.

Aus der Stellung des blauen Lichtes lassen sich nach den früher angegebenen Formeln die Coordinaten des Mittelpunktes seiner Hornhautspiegelbilder berechnen, und aus den Winkeln, welche die durch diese Spiegelbilder hindurch gehenden Visirlinien mit der Hornhautaxe einschliessen, lässt sich dann weiterhin der Kreuzungspunkt derselben oder der Ort der hinteren Linsenwand finden.

Helmholtz bemerkt, dass dieser Kreuzungspunkt nicht immer genau in der verlängerten Hornhautaxe liege, woraus gefolgert werden muss, dass die Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen nicht genau in der Hornhautaxe liegen, oder dass die Linsenaxe mit der Hornhautaxe nicht ganz genau zusammenfällt. Es liegt nämlich der Krümmungsmittelpunkt des Hornhautscheitels auf der Nasenseite der Linsenaxe.

Der gefundene Kreuzungspunkt der Visirlinien ist aber nicht der wahre, sondern nur der scheinbare Ort der hinteren Linsenwand. Um dessen wahren Ort zu finden, muss noch die Brechung in dem Kammerwasser und in der Linsensubstanz berechnet werden. — Da wir die Krümmung der Hornhaut kennen, so lässt sich unter einer bestimmten Voraussetzung für den Brechungsquotienten des Kammerwassers (welcher von Helmholtz = 1,3365 angenommen wird), der Ort des Kreuzungspunktes so berechnen, wie er einem Beobachter erscheinen würde, dessen Auge sich in der wässrigen Feuchtigkeit befände. Um aber die Brechung beim Uebergange aus der Linsensubstanz in die wässrige Feuchtigkeit zu finden, fehlt uns die Kenntniss des Brechungsindex der Linsensubstanz. Glücklicherweise hat diese Brechung einen höchst geringen Einfluss auf die scheinbare Lage dieses Punktes, weil derselbe dem hinteren Knotenpunkte des Auges sehr nahe liegt.

Auf Grund der Annahmen des von Listing berechneten schematischen Auges und auf Grund einiger Messungen an todten Linsen bestimmt Helmholtz die zur Auffindung des wahren Ortes der hinteren Linsenwand erforderliche Correction (für das Listing'sche Auge) auf

0,157 Mm.

Bei der Accommodation für die Nähe fand Helmholtz, dass sich der Ort des spiegelnden Punktes auf der hinteren Linsenfläche nicht merklich verändert. Wenn bei den Beobachtungen, welche zur Ermittelung des Ortes der hinteren Linsenfläche angestellt wurden, das beobachtete Auge einen nahen, jedoch in derselben Richtung gelegenen Punkt fixirte, so blieb der scheinbare Ort des Reflexes ganz unverändert, man mochte von rechts oder von links in das Auge hineinsehen. Da nun die Aenderungen,

welche die Constanten der Linse bei der Accommodation erleiden, einen entgegengesetzten, sich theilweise aufhebenden Einfluss auf den scheinbaren Ort der genannten Fläche haben müssen, so können wir schliessen, dass der wahre Ort des mittleren Theiles der hinteren Linsenfläche sich durch die Accommodation nicht merklich ändert.

Hat man in solcher Weise die wahre Entfernung der hinteren Linsenfläche von der Vorderfläche der Hornhaut ermittelt, dann findet sich die Axenlänge der Linse, wenn man die bereits bekannte Entfernung der Vorderfläche der Linse von dem Scheitelpunkte der Hornhautkrümmung davon in Abzug bringt. Helmholtz fand diese Dimension kleiner als sie bei todten Linsen gewöhnlich gefunden wird, und glaubt daraus schliessen zu dürfen, dass sich die Dicke der Linse nach dem Tode vergrössert (Abschn. II. 7).

Krümmung der hinteren Linsenfläche.

Endlich bleibt noch die Krümmung der hinteren Linsenfläche zu bestimmen, welche sich zwar nicht genau, aber doch wenigstens annähernd feststellen lässt.

Das Verfahren ist dasselbe, wie bei der Bestimmung der vorderen Linsenkrümmung. Aus der mittelst des Ophthalmometers gemessenen Grösse der Spiegelbilder wird die Brennweite des zusammengesetzten spiegelnden und brechenden Systems und daraus der Krümmungshalbmesser der spiegelnden Fläche berechnet. Die Messung der Grösse des Spiegelbildes wird ebenso ausgeführt, wie bei der Hornhautkrümmung, doch ist wegen der Lichtschwäche allerdings nur eine geringere Genauigkeit erreichbar; die lichtgebenden Oeffnungen müssen im Verhältniss zu ihrem Abstande von einander ziemlich gross gemacht werden, wenn ihre Spiegelbilder gesehen werden sollen.

Die aus den gefundenen Brennweiten berechneten Krümmungshalbmesser wurden annähernd bestimmt, indem für die vor der spiegelnden Fläche befindlichen Refraktionen die Voraussetzungen des Listing'schen Auges benutzt wurden.

Bei der Accommodation für die Nähe verändert die hintere Linsenfläche ihre Krümmung ebenfalls, wiewohl in sehr geringem Grade. — Um diese Krümmungsveränderung wahrnehmen zu können, liess Helmholtz zwei senkrecht über einander stehende Flammen spiegeln. Bei der Drehung der Glasplatten des Ophthalmometers wurde das untere Doppelbild des oberen Lichtpunktes nicht genau mit dem oberen Doppelbild des unteren Lichtpunktes zur Deckung gebracht; er brachte sie seitlich nahe neben einander, weil kleine Verschiebungen in dieser Stellung leichter erkennbar werden.

Bei der Accommodation für die Nähe näherten sich die beiden demselben Doppelbilde angehörigen Lichtpunkte ein wenig, woraus auf eine

stärkere Krümmung der Spiegelfläche geschlossen werden muss. Die Veränderung war aber nur äusserst gering, sie betrug etwa $^1/_{12}$ ihres gegenseitigen Abstandes.

Die Frage, ob diese scheinbare Verkleinerung des Spiegelbildes nicht etwa von den Veränderungen der vor der Spiegelfläche befindlichen Medien herrühre, beantwortet Helmholtz dahin, dass jedenfalls nicht die ganze Veränderung des Spiegelbildchens davon herrühren könne, sondern dass die hintere Fläche der Linse sich ebenfalls stärker krümmt, wenn auch in einem weit geringeren Verhältnisse als die vordere.

Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten flüssiger oder halbweicher Medien und zur Bestimmung der Brennweiten menschlicher Linsen.

Aus der neuesten Arbeit von Helmholtz in der Allgemeinen Encyklopädie der Physik Bd. IX. bleibt uns noch zweierlei nachzutragen übrig. Nämlich:

1) Die Bestimmung des Brechungsexponenten kleiner Mengen flüssiger Substanz und

2) die Bestimmung der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen menschlicher Linsen.

Die erste dieser beiden Messungen wurde in folgender Weise ausgeführt. Die zu prüfende Substanz wurde zwischen einer ebenen Glasplatte und der concaven Fläche einer kleinen planconcaven Linse eingeschlossen. Die Grösse der Bilder, welche durch dieses dioptrische System hervorgerufen wurde, konnte mit Hülfe des Ophthalmometers genau bestimmt und daraus die Brennweite berechnet werden. Ueberdiess liess sich gleichfalls mit Hülfe des Ophthalmometers die concave Krümmung der Glaslinse genau bestimmen. Aus diesen Daten kann der Brechungsindex der zu prüfenden Substanz berechnet werden.

Die Brennweite der Linse und die Lage ihrer Hauptpunkte wurde in folgender Weise ausgemittelt:

In einem kurzen hohlen Messingcylinder befindet sich eine mit einer kleinen runden Oeffnung versehene Scheidewand (ein Diaphragma). Das Messingrohr ist auf eine planparallele Glasplatte unten aufgekittet und kann oben durch eine ähnliche planparallele Glasplatte verschlossen werden.

Nun wird zunächst der untere Raum mit Glaskörperflüssigkeit ausgefüllt, sodann die sorgfältig aus dem Auge herausgenommene Linse auf das Diaphragma gelegt und der obere Raum des Messingcylinders gleichfalls mit Glaskörperflüssigkeit ausgefüllt. Endlich wird das Ganze durch die zweite Glasplatte abgeschlossen.

Die Messung wird nun wiederum so ausgeführt, dass mittelst des Ophthalmometers die Bildgrösse eines Objectes, welches durch diesen

Apparat hindurch beobachtet wird, und dessen wahre Grösse genau bekannt sein muss, gemessen wird. Da aber das Ophthalmometer nur in horizontaler Richtung benutzt werden kann, und da es ausserdem zweckmässiger ist, die Axe der Linse vertical zu stellen, so wird auf die obere Glasplatte noch ein rechtwinkliches Prima aufgestellt, wodurch es möglich wird, die Beobachtungen in horizontaler Richtung anzustellen.

Für die Berechnung sind zwei solcher Versuche erforderlich, welche um so genauere Resultate geben können, je grösser der Unterschied in den Entfernungen des Objects. Helmholtz bringt darum bei dem einen dieser Versuche das Object unmittelbar unter die untere Glasplatte des Apparates.

Als Voraussetzungen der Rechnung müssen folgende Werthe bekannt oder bemessen sein:

Die Entfernungen des Objects von der unteren Fläche der unteren Glasplatte in beiden Versuchen (a_1, a_2).

Die wahre Grösse des Objectes in beiden Versuchen (b_1, b_2).

Die (gemessene) Bildgrösse in beiden Versuchen (β_1, β_2).

Die Dicke der unteren planparallelen Glasplatte (c) und wenigstens annäherungsweise

ihr Brechungsvermögen n_c, endlich

die Entfernung der oberen Fläche der planparallelen Glasplatte von dem oberen Rande der Diaphragma-Oeffnung (b).

Endlich sei noch:

f die gesuchte Brennweite der Linse und

x der gesuchte Abstand des unteren Hauptpunktes von dem oberen Rande des Diaphragma.

Berechnen wir nun den scheinbaren Abstand des Objects von dem unteren Hauptpunkt der Linse nach der Brechung an den beiden planen Flächen der unteren Glasplatte mit Hülfe unserer Formel Abschn. I. 10.

$$\frac{n^0}{p} + \frac{n^*}{p^*} = \frac{n^*}{f^*}$$

und bedenken wir, dass $f^* = \infty$ und $\frac{n^*}{f^*} = 0$ werden muss, weil der Krümmungshalbmesser einer planen Fläche als unendlich lang anzusehen ist, dann findet sich

$$p^* = -\frac{n^*}{n^0}\, p.$$

Setzen wir, um zunächst die Brechung an der unteren Fläche der unteren Glasplatte zu finden, in diese Formel:

$$p = a,$$
$$n^* = n_c,$$
$$n^0 = 1,$$

dann ist

$$p^* = - n_c\, a_1.$$

Und setzen wir nun noch, um die Brechung an der oberen Fläche derselben Glasplatte zu finden, in eben dieselbe Formel:

$$p = - p^* + c = n_c\, a_1 + c$$
$$n^* = n$$
$$n^0 = n_c,$$

dann ist

$$p^{**} = - \frac{n}{n_c} (n_c\, a_1 + c)$$
$$= - (n a_1 + \frac{n}{n_c} c).$$

Es muss demnach der scheinbare Abstand des Objects von dem unteren Hauptpunkte der Linse, welchen wir hier mit p^+ bezeichnen wollen,

$$p^+ = n a_1 + \frac{n}{n_c} c + b + x$$

sein, und für den zweiten Versuch

$$p^{++} = n a_2 + \frac{n}{n_c} c + b + x.$$

Die oben mit b_1 und β_1 bezeichneten Werthe sind aber gleichbedeutend mit dem, was wir bisher immer durch η und η^* ausgedrückt haben.

Es war aber

$$\frac{1}{m} = \frac{\eta}{\eta^*} = \frac{f - p}{f} = 1 - \frac{p}{f}.$$

Es ist daher:

$$\frac{b_1}{\beta_1} = 1 - \frac{p^+}{f}$$

und

$$\frac{\beta_1 - b_1}{\beta_1} = \frac{p^+}{f}$$

und für den zweiten Versuch

$$\frac{\beta_2 - b_2}{\beta_2} = \frac{p^{++}}{f},$$

woraus durch Subtraktion und gleichzeitige Restitution der Werthe von p^+ und p^{++} gefunden wird:

$$\frac{\beta_1 - b_1}{\beta_1} - \frac{\beta_2 - b_2}{\beta_2} = \frac{n (a_1 - a_2)}{f}$$

und

$$f = \frac{n \beta_1 \beta_2 (a_1 - a_2)}{b_2 \beta_1 - b_1 \beta_2}.$$

Dieses f ist aber die Brennweite der Linse, wenn sie an beiden Flächen von Glaskörperflüssigkeit umgeben ist, d. h. ihre partielle Brennweite im menschlichen Auge.

Durch Substitution des gefundenen Werthes von f konnte der Werth von x oder die Entfernung des unteren Hauptpunktes der Linse von dem oberen Rande des Diaphragma leicht gefunden werden. Um die Entfernung dieses Hauptpunktes von dem Scheitelpunkte der unteren Linsenfläche zu finden, musste zu dem gefundenen Werth noch die Höhe des in der Diaphragma-Oeffnung liegenden Kugelabschnittes der Linse hinzuaddirt werden. — Diese Höhe ist aber leicht zu finden, wenn der Durchmesser der Diaphragma-Oeffnung und der Krümmungshalbmesser der unteren Linsenflächen genau bekannt ist.

Die Krümmungshalbmesser im Scheitel der Linse konnten endlich durch Spiegelung gefunden werden in derselben Weise, wie durch Spiegelung der Krümmungshalbmesser der Hornhaut bestimmt worden ist. Oder sie konnten durch Brechung bestimmt werden, indem derjenige Theil der Glaskörperflüssigkeit, welcher die obere Fläche der Linse bedeckte, entfernt und alsdann wieder eine dioptrische Grössenmessung mittelst des Ophthalmometers vorgenomnen wurde.

Bezeichnet man in diesem dritten Versuche die gemessene Bildgrösse (der Objectgrösse b_1) mit β_3, den gesuchten Krümmungshalbmesser mit R, endlich mit y, den Abstand des oberen Hauptpunktes von der oberen Linsenfläche, dann kann nach Helmholtz R aus der Gleichung

$$R \frac{n(\beta_1 - \beta_3)}{(n-1)\beta_3} = f \frac{b_1 - \beta_1}{b_1} - y$$

gefunden werden.

Nach dieser Methode hat Helmholtz die Lage der Haupt- und Brennpunkts-Ebenen, die Dicke und die Halbmesser (durch Spiegelung) im Scheitel der Linsenkrümmungen an zwei todten menschlichen Krystall-Linsen bestimmt.

Tabelle I.

Aeltere Ausmessungen verschiedener Autoren.

		Engl. Zoll	Par. Lin.
Petit	Aeussere Augenaxe		11 1/3
	Dicke der Hornhaut		
	beim Foetus		4/3
	bei Erwachsenen		1/3
	An einer anderen Stelle wird die Dicke der Hornhaut angegeben:		
	gewöhnlich		2/12
	zuweilen		3/12
	Tiefe der Augenkammern mit dem Ophthalmometer gemessen		1 3/12
	Vordere Augenkammer		1,038
	Hintere Augenkammer		0,212
	An gefrorenen Augen bemessen:		
	Vordere Augenkammer		1/2, 2/3 bis 1
	Hintere Augenkammer		1/8, 1/6 bis 1/4
	Krümmungsdurchmesser der Hornhaut		7 bis 7 1/2
	gewöhnlich		7 1/2
	selten		6 3/4 oder 7 3/4
	Querdurchmesser der Hornhaut		5
	oder		5 1/4 bis 5 1/2
	(Die Krümmungen und Dicken der Linse sieh. d. folg. Tab. II.)		
Bertrand	Dicke der Hornhaut		
	in der Mitte		1/30″ = 0,4‴
	am Rande		1/24″ = 0,5‴
Martinius	Krümmungshalbmesser der Hornhaut	0,35	3,94
Wintringham	Dicke der Hornhaut	1/20	0,56
	Tiefe der Augenkammer	0,355	
Helsham	Tiefe der Augenkammer	0,358	
Pemberton	Aeussere Augenaxe	0,9	10,132
	Krümmungshalbmesser der Hornhaut	0,4	4,503
	Axe der Krystall-Linse	0,19	2,139

		Engl. Lin.	Par. Lin.
Jurin	Aeussere Augenaxe an sechs Augen (measured from outside to outside)	9,3	8,72
		9,8	9,19
		9,6	8,90
		9,3	8,72
		9,4	8,81
		9,0	8,44
	Im Mittel	9,4	8,81
	Dicke der Sclerotica	0,25	0,23
		Engl. Zoll	
Home	An dem Auge eines 6jähr. Knaben, 45 Min. nach dem Tode. Querdurchmesser	0,8750	9,851
	Axe vom Sehnerven	0,8750	9,851
	Sehaxe	0,8750	9,851
	An dem Auge eines 25jähr. Mannes, eine Stunde nach dem Tode. Querdurchmesser	0,8875	9,992
	Axe vom Sehnerven	0,8875	9,992
	Sehaxe	0,8500	9,569
	An dem Auge eines 50jähr. Mannes, 20 Min. nach dem Tode. Querdurchmesser	0,9500	10,695
	Axe vom Sehnerven	0,9500	10,695
	Sehaxe	0,9250	10,414
	(Vergl. Philosoph. Transact. 1796 Part. I. p. 1. und Reil, Archiv f. d. Physiol. Bd. II. S. 424. Die Maasse sind in Zwanzigstel Zoll angegeben.)		
Brewster	Dicke der Hornhaut	0,042	0,473
	Durchmesser der Hornhaut	0,400	4,503
	Axe der Linse	0,172	1,936
	Durchmesser der Linse	0,378	4,357
	(Diese Dimensionen wurden von Br. an dem Auge desselben etwa 50jährigen Weibes, wenige Stunden nach dem Tode gemessen, an welchen er auch seine allgemein bekannt gewordenen Messungen der Brechungsindices ausführte.)		

Tabelle II.

Petit.

Krümmungen, Dimensionen und Gewicht menschlicher Krystall-Linsen.

(Die vier ersten mit a, b, c, d bezeichneten Nummern sind bei Petit in die Tabelle nicht mit aufgenommen.)

Nro.	Alter	Durchmesser der vorderen Krümmung	Durchmesser der hinteren Krümmung	Oeffnungs-Durchmesser	Axenlänge oder Dicke	Gewicht in grains
a	7 monatl. Foetus	3	2 1/2	2 1/2	1 3/4	1 1/2
b	9 monatl. Foetus	3	2 1/2	2 2/3	2	2
c	8 Tage	4	3	2 3/4	2	2
d	9 Tage	5	3 1/2	3	2 1/3	2 3/4
1	12 Jahr	7 1/2	5	4	2	3 1/2
2	15	6	4 3/4	4	2	3
3	15	5 1/2	4 1/2	3 3/4	2 1/2	3 1/2
4	20	6	4 3/4	4	2 1/2	4
5	25	6	5	4 1/4	2 2/3	4 1/4
6	30	6	5	4	1 3/4	3 1/2
7	30	7 1/2	6	4 1/2	1 2/3	4
8	30	6	6	4	2	4
9	30	7 1/4	6 1/4	4 1/4	1 3/4	3 1/2
10	35	9	5 1/2	4 1/2	2	4
11	40	6	8	4 1/2	2	4 1/2
12	40	7 1/2	5	4 1/3	2 7/8	4
13	40	6	5	4	2	3 3/4
14	45	6 1/2	5	4 1/4	2	4 1/2
15	45	6 1/2	5	4 1/3	1 2/3	4
16	50	7	5 1/2	4 1/3	2	4
17	50	7	5	4	2	4
18	55	6 1/2	5	4	2	4 1/4
19	55	11	5 1/2	4 1/3	2	4
20	60	8	5 1/2	4 1/2	2 1/4	4 1/2
21	60	8	8	4	2	4
22	60	8	6	4 1/2	2	4 1/2
23	60	7 1/2	6	4 1/4	2	4 1/2
24	60	12	6 1/2	4 1/3	2	4
25	60	10	8	4 1/3	1 7/8	4 1/2
26	65	9 1/2	5	4 1/4	2 3/4	5 1/2

Tabelle III.

Thomas Young.

	Engl. Zoll	Par. Lin.
Aeusserer transversal. Durchmesser des Augapfels	0,98	11,033
Aeussere Augenaxe	0,94	10,583
Dicke der Sclerotica in der Augenaxe geschätzt auf	0,03	0,338
Entfernung der Vorderfläche der Hornhaut von der Netzhaut	0,91	10,245
Vertikale Sehne des vorderen Hornhautbogens	0,45	5,066
Sin. vers. dieses Bogens	0,11	1,238
Horizontale Sehne des vorderen Hornhautbogens	0,49	5,516
Halbmesser der vorderen Hornhaut-Krümmung	0,31	3,490
Entfernung des Hornhautrandes vom Scleroticalrande gegen den inneren Augenwinkel	0,22	2,482
Entfernung des Hornhautrandes vom Scleroticalrande gegen den äusseren Augenwinkel	0,27	3,040
Entfernung des Mittelpunktes der Hornhaut vom vorderen Endpunkte der Sehaxe	0,025	0,281

Tabelle IV.

D. W. Soemmering.

	Par. Lin.
Aeussere Augenaxe	10,0
Aeusserer Durchmesser des Augapfels	9,5
Durchmesser der Hornhaut	4,5
Halbmesser der vorderen Hornhaut-Krümmung	3,3
Entfernung der hinteren Fläche der Hornhaut von der vorderen Fläche der Linse	1,3
Axe der Linse	1,6
Durchmesser der Linse	3,6
Halbmesser der vorderen Linsen-Krümmung	4,2
Halbmesser der hinteren Linsen-Krümmung	2,4
Axe des Glaskörpers	6,2
Durchmesser des Glaskörpers (innerer Quer-Durchmesser des Augapfels)	8,7
Halbmesser der hinteren Glaskörper-Krümmung	4,4

Tabelle V.

T r e v i r a n u s.

	I.	II.	III.
Axe der äusseren Seite des Augapfels	9,7	10,5	11,0
Durchmesser der äusseren Seite des Augapfels	10,1	11,9	11,0
Axe der inneren Seite des Augapfels	9,0	9,1	10,3
Durchmesser der inneren Seite des Augapfels	9,5	9,6	10,2
Dicke der Sclerotica in der Nähe des hinteren Endes der Augenaxe	0,4	0,8	0,54
Dicke der Sclerotica am hinteren Rande des Ciliarkörpers	0,2	0,3	0,45
Dicke der Hornhaut in ihrer Mitte	0,3	0,4	0,54
Dicke der Hornhaut an ihrem Rande	0,5	0,6	0,71
Sehne des grössten äusseren horizontalen Bogens der Hornhaut	5,6	5,5	5,5
Sin vers. dieses Bogens	1;4	1,16	1,4
Sehne des grössten inneren horizontalen Bogens der Hornhaut	4,7	4,3	4,4
Sin. vers. dieses Bogens	1,1	0,7	0,89
Radius des grössten äusseren horizontalen Bogens der Hornhaut	3,4	3,6	3,4
Radius des grössten inneren horizontalen Bogens der Hornhaut	2,8	3,58	3,1
Sehne des grössten äusseren vertikalen Bogens der Hornhaut		4,5	5,0
Abstand der Linse von der Hornhaut in der Augenaxe	1,1	1,1	0,89
Axe der Linse	2,2	1,8	2,1
Durchmesser der Linse	4,0	3,7	4,0
Abstand des vorderen Endes der Axe der Linse von d. Durchmesser der Linse	0,9	0,63	0,89
Abstand des hinteren Endes der Axe der Linse von d. Durchmesser der Linse	1,3	0,99	1,25
Radius der vorderen Krümmung der Linse	2,6	3,0	2,6
Radius der hinteren Krümmung der Linse	2,0	2,2	2,08
Axe des Kerns der Linse	0,8	1,07	
Durchmesser des Kerns der Linse	2,4	1,9	

	I.	II.	III.
Entfernung der vorderen Fläche des Linsenkernes von der vorderen Fläche der Linse in der Augenaxe	0,5	0,45	
Entfernung der hinteren Fläche des Linsenkernes von der hinteren Fläche der Linse in der Augenaxe	0,9	0,54	
Durchmesser des vorderen Randes des Ciliarkörpers	4,45	4,5	5,0
Durchmesser des hinteren Randes des Ciliarkörpers	8,0	9,0	
Mittlere Breite des Ciliarkörpers	1,8	2,2	2,6
Abstand der hinteren Fläche der Linse von der inwendigen Fläche der Netzhaut in der Augenaxe (Axe des Glaskörpers)	5,6	6,0	7,0
Abstand des Durchmessers des Augapfels von der inwendigen Fläche der Netzhaut in der Axe		3,6	4,3
Abstand des Durchmessers des hinteren Randes des Ciliarkörpers von der inwendigen Fläche der Netzhaut in der Augenaxe		6,0	
Durchmesser der Siebplatte des Sehnerven	0,8	0,63	0,89
Abstand des Mittelpunktes der Siebplatte vom hinteren Ende der Augenaxe	1,4		1,25
Abstand des Mittelpunktes der Siebplatte vom hinteren Rande des Ciliarkörpers am äusseren Augenwinkel	7,9	8,0	9,0
Der nämliche Abstand am inneren Augenwinkel	7,0	7,3	8,2
Radius der hinteren Krümmung des Glaskörpers	5,1	5,7	7,3

(Unter „Axe der äusseren (inneren) Seite des Augapfels“ versteht Tr. die äussere (innere) Augenaxe. Mit dem Worte Durchmesser bezeichnet er eine transversal zur Augenaxe gerichtete Dimension).

Tabelle VI.

Tiedemann.

	I.	II.	III.
Axe der äusseren Seite des Augapfels	11,0	10,0	10,5
Durchmesser der äusseren Seite des Augapfels	9,75	9,75	10,2
Sehne des grössten äusseren horizontalen Bogens der Hornhaut	5,25	5,0	5,5
Sin. vers. dieses Bogens	2, 25	1,25	1,5
Radius des grössten äusseren horizontalen Bogens der Hornhaut	2,65	3,12	3,27
Axe der Linse	1,75	2,5	
Durchmesser der Linse	4,0	4,0	
Abstand des vorderen Endes der Axe der Linse von dem Durchmesser der Linse	0,75	1,0	
Abstand des hinteren Endes der Axe der Linse von dem Durchmesser der Linse	1,0	1,5	
Radius der vorderen Krümmung der Linse	3,04	2,5	
Radius der hinteren Krümmung der Linse	2,5	2,1	
Durchmesser des vorderen Randes des Ciliarkörper	5,25		
Durchmesser des hinteren Randes des Ciliarkörpers	8,75		
Abstand der hinteren Fläche der Linse von der inwendigen Fläche der Netzhaut (Axe des Glaskörpers)		5,5	
Abstand des Mittelpunktes der Siebplatte vom hinteren Ende der Augenaxe		1,25	1,37
Abstand des Mittelpunktes der Siebplatte vom hinteren Rande des Ciliarkörpers am äusseren Augenwinkel	9,75	7,25	7,75
Der nämliche Abstand am inneren Augenwinkel	8,75	6,75	7,25

Tabelle VII. a.

C. Krause.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
Aeussere Axe des Auges	10,2	10.9	11,05	10,7	10,5	10,8	10,8	10,65	10,65
Innere Axe des Auges	9	9,85	10	9,8	9,5	9,55	9,55	9,4	9,45
Transversaler		10,9		10,7	10,6	10,9	11	10,75	10,75
Aeusserer senkrechter	10,1	10,8	10,3	10,5	10,3	10,55	10,6	10,3	10,3
Innerer senkrechter } Durchmesser	9,3	9,9	9,4	9,6	9,5	9,6	9,45	9,45	9,15
Aeusserer grosser	10,8	11,25	11,1	11	10,9	11,3	11,3	10,75	10,9
Innerer grosser } diagonaler	9,8	10,3	10,2	10,2	10,1	10,35	10,2	9,6	9,75
Kleiner			11,05	10,6	10,7	11	11,1	10,75	10,7
Dicke der Hornhaut in der Mitte	0,5	0,4	0.35	0,4	0,4	0,5	0,48	0,53	0,5
Dicke der Hornhaut am Rande	0,6	0,5	0,5	0,5	0,41	0,55	0,55	0,63	0,62
Senkrechte			4,8		4,7	4,4	4,4	4,2	4,2
Transversale } Sehne	5	4,6	5,3	5	5,2	5	5	4,7	4,6
Diagonale } der Vorderfläche der Hornhaut			4,9			4,9	4,9	4,4	4,4
Höhe über der Grundlinie (Sin. vers.)	0,85	0,64							
Krümmungs-Halbmesser	4,0515	4,38	4,12	3,67	3,91	3,84	3,78	3,86	3,72
Grösster Bogen, welchen die Hornhaut bespannt	76°12′10″	63° 21′	80° 3′	83° 52′	83° 21′	81° 14′	82° 48′	75° 0′	76° 23′
Sehne		5,1	5,0	5,1	5,2	5	5	5	4,9
Höhe über der Grundlinie (Sin. vers.) } der Hinterfläche der Hornhaut	1	1,06							
Parameter	5,6366	6,14	5,55	5,28	6,22	6,18	5,59	5,54	4,31
Dicke der Sclerotica } in der Augenaxe	0,6	0,55	0,5	0,45	0,5	0,65	0,65	0,55	0,6
am mittleren Umfang des Augapfels	0,45	0,45	0,35	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5
am vorderen Rande	0,4	0,35		0,35	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4
Durchmesser des Faltenkranzes		4,2	4,6	4,4	4,5	4,6	4,6	4,3	4,3

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
Entfernung des Faltenkranzes von der Hornhaut		1,55	1,7			1,55	1,55	1,4	1,4
Breite der inneren Hälfte der Iris	1,4	1,7	1,5	1,1		1,7		1,6	1,8
Breite der äusseren Hälfte der Iris	1,6	1,9	1,75	1,4		1,9		1,8	2
Durchmesser der Pupillenöffnung	2,1	1,8	2,25	2,6		1,4		1,5	1,2
Entfernung der Pupille von der Hornhaut	1	1	1,15	1,25		1,1	1,1	0,9	0,9
Durchmesser der Linse	4	4,1	4	4,1	4,1	4	4,1	4	4
Axe der ganzen Linse	3,1	2	1,9	2,4	2,2	1,85	2,35	1,8	1,85
Axe der vorderen Linsen-Hälfte	1,3	0,85	0,78	0,98	0,95	0,65	0,8	4,78	0,85
Axe der hinteren Linsen-Hälfte	1,8	1,15	1,12	1,42	1,25	1,2	1,55	1,02	1
Vordere weiche Schicht, Dicke	0,9	0,9							
Aeussere Kernschicht, Durchmesser	3,2								
Aeussere Kernschicht, Dicke	1,9								
Innerster Kern, Durchmesser	2,9	2,6							
Innerster Kern, Dicke	0,9	0,9							
Hintere weiche Schicht, Dicke	0,3	0,2							
Halbe grosse Axe der ellipsoiden Linsen-Vorderfläche	2,0484	2,05	2	2	2,05	2,03	1,95	2,03	2
Halbe kleine Axe der ellips. Linsen-Vorderfläche	1,6804	0,95	0,91	1,14	1,10	0,83	0,98	0,95	0,94
Entfernung der Linsen-Vorderfläche von der Hornhaut	1,1	1,2	1,35	1,25	1,35	1,25	1,2	1	1
Parameter der paraboloiden Linsen-Hinterfläche	3,2081	4,49	4,99	4,99	4,51	4,83	4,53	4,09	3,79
Entfernung der Linsen-Hinterfläche von der Netzhaut	4.8	6,65	6,8	6,1	5,9	6,4	6,0	6,65	6,55
Halbe grosse Axe der ellipsoiden hinteren Wölbung der Netzhaut	4,8999	5,12	5,05	5,12	5,07	5,14	5,05	5,05	4,93
Halbe kleine Axe der ellipsoiden hinteren Wölbung der Netzhaut	4,4177	4,45	4,15	4,23	4,41	4,58	4,43	4,41	4,19
Ganze senkrechte Axe der ellipsoiden hinteren Wölbung der Netzhaut	9,2686	9,7041							

Tabelle VII. b.

C. Krause.

Coordinaten für die Krümmungen der Hornhaut, der Linse und der inneren Wölbung des Auges.

	Auge Nr. I.			Auge Nr. II.		
	a	o	o′	a	o	o′
Coordinaten der Hornhautkrümmungen.	0,00	1,00	1,50	0,00	1,06	
a. Abscissen auf der Grundlinie oder Sehne der hinteren Fläche	0,50	0,95	1,45	0,75	0,97	
von der Augenaxe an.	1,00	0,80	1,35	1,00	0,90	
o. Ordinaten zur hinteren Fläche.	1,50	0,60	1,20	1,25	0,80	
o′. Ordinaten zur vorderen Fläche.	2,00	0,30	1,00	1,50	0,70	1,26
				1,75	0,55	1,17
				2,00	0,42	1,04
				2,25		0,94
Radius der vorderen Fläche		4,0515			4,3524	
Parameter der hinteren Fläche		5,6366			6,1443	
	a	o	o′	a	o	o′
Coordinaten der Linsenkrümmungen.	0,00	1,30	1,80	0,00	0,85	1,15
a. Abscissen auf dem Durchmesser von der Axe an.	0,50	1,24	1,70	0,50	0,82	1,10
o. Ordinaten zur vorderen Fläche.	1,00	1,10	1,50	0,75	0,79	1,03
o′. Ordinaten zur hinteren Fläche.	1,50	0,75	1,10	1,00	0,73	0,92
				1,25	0,65	0,80
				1,50	0,55	0,65
				1,75	0,38	0,47
Vordere Fläche: Grosse Halbaxe		2,0484			2,05	
Vordere Fläche: Kleine Halbaxe		1,6804			0,95	
Hintere Fläche. Parameter		3,2081			4,4920	

	Auge Nr. I.		Auge Nr. II.	
	a.	b.	a.	b.
Coordinaten der inneren Wölbung des Auges.	0,3	1,8	0,5	2,3
a. Abscissen auf der inneren Augenaxe vom hinteren Ende derselben an.	1,3	3,5	1,5	3,9
b. Die zugehörigen Ordinaten.	2,3	4,3	2,5	4,6
α. Abscissen auf dem Querdurchmesser von der Augenaxe an.	3,3	4,7	3,5	5,0
β. Die zugehörigen Ordinaten.	* 4,3	4,9	4,5	5,16 *
* Halber Querdurchmesser.	5,3	4,8	5,5	5,05
** Halber Durchmesser des von den process. ciliar. umschriebenen Kreises.	6,3	4,5	6,5	4,7
*** Abstand des Querdurchmessers vom hinteren Ende der Augenaxe an.	7,3	3,7	7,5	3,9
	** 7,6	2,15	8,35	2,1 **
	α.	β.	α.	β.
	*** 0,0	4,30	0,0	4,50 ***
	0,5	4,25	0,9	4,45
	1,5	4,05	1,9	4,15
	2,5	3,66	2,9	3,75
	3,5	3,00	3,9	3,00
	4,5	1,60		
Axe des Ellipsoids der inneren Wölbung grosse	9,7999		10,2486	
Axe des Ellipsoids der inneren Wölbung kleine	8,8355		8,9048	
Axe des Ellipsoids der inneren Wölbung senkrechte	9,2686		9,7041	

Tabelle VII. c.

C. Krause.

Verschiedene weniger wichtige Ausmessungen angegeben nach Durchschnittszahlen aus zahlreichen Messungen.

Sclerotica. Durchmesser des Sehnervenloches	1,3
Choroidea. Dicke am hinteren Umfange des Augapfels	0,065
Dicke am mittleren Umfange des Augapfels	0,039
Durchmesser ihres Sehnervenloches	0,85
Orbiculus ciliaris. Länge der vorderen Fläche	1,46
Länge seiner inneren Fläche	0,44
Durchmesser seines Ringes	5
Processus ciliares. Ganze Länge	1,1
Grösste Höhe	0,39
Länge des vorderen Randes	0,4
Dessen Entfernung von der Uvea	0,22
Iris. Dicke am Ciliarrande	0,13
Dicke am annulus minor.	0,19
Dicke am annulus maior.	0,29
Länge des schrägen Abschnittes von der Vorderfläche zum Pupillarrand	0,42
Retina. Dicke am hinteren Umfange des Augapfels	0,073
Dicke am mittleren Umfange	0,037
Länge der Centralfalte	1,42
Höhe der Centralfalte	0,52
Höhe des Markhügels	0,26
Abstand seines Mittelpunktes vom hinteren Ende der inneren Augenaxe	1,46
Canalis Petiti. Durchmesser von vorn nach hinten am Linsenrand	0,5
Breite desselben	0,35

Tabelle VIII. a.

Senff.

Die Krümmung der vorderen Hornhautfläche gemessen an Lebenden.

	Halbaxen der elliptischen Hornhautkrümmung		Krümmungshalbmesser in Scheitel	Abweichung des Scheitels der Ellipse vom Endpunkte der Augenaxe in Winkelgraden
	grosse	kleine		
Recht. Auge. Vertikalschnitt	4,190	3,805	3,455	3°,6 nach unten
Recht. Auge. Horizontalschnitt	4,626	3,998	3,456	2°,9 nach aussen
Link. Auge. Vertikalschnitt	3,984	3,699	3,434	1°,6 nach unten

Tabelle VIII. b.

Senff.

Das Verhalten der vorderen Hornhautkrümmung bei der Accommodation.

Namen der Person, an deren Auge die Beobachtung angestellt wurde	Name des Beobachters, welcher die Messung ausführte	Krümmungshalbmesser der Hornhaut beim		Differenz
		Fernsehen	Nahesehen	
Prof. Hueck	Prof. Senff	3,601	3,598	+ 0,003
Prof. Senff	Prof. Hueck	3,409	3,458	— 0,049
Prof. Senff	Astronom Sabler	3,486	3,510	— 0,024
Astronom Sabler	Prof. Senff	3,392	3,373	+ 0,019
Prof. Hueck	Astronom Sabler	3,675	3,674	+ 0,001
Stud. Rauch	Prof. Senff	3,421	3,409	+ 0,012

Tabelle IX. a.

H e l m h o l t z.

Ophthalmometrische Messungen an den Augen lebender Personen.

	in Millimeter I.	in Millimeter II.	in Millimeter III.	Paris. Linien I.	Paris. Linien II.	Paris. Linien III.
Krümmungshalbmesser der Vorderfläche der Hornhaut in ihrem Scheitel	7,338	7,646	8,154	3,253	3,389	3,615
Grosse Halbaxe des Ellipsoids der vorderen Hornhautkrümmung	13,027	10,100	11,711	5,775	4,477	5,191
Kleine Halbaxe des Ellipsoids der vorderen Hornhautkrümmung	9,777	8,788	9,772	4,334	3,896	4,332
Winkel, welchen die Gesichtslinie nach der Nasenseite zu mit der grossen Axe der Ellipse einschliesst	4° 19′	6° 43′	7° 35′			
Durchmesser der Hornhautbasis	11,640	11,640	12,092	5,160	5,160	5,360
Abstand des Scheitels der vord. Hornhautkrümmung von der Basis	2,560	2,531	2,511	1,135	1,122	1,113
Vordere Brennweite der Hornhaut und Augenkammer; (den Brechungsindex des Kammerwassers = 1,3365 vorausgesetzt)	21,800	22,715	24,225	9,664	10,069	10,739
Hintere Brennweite der Hornhaut und Augenkammer; (den Brechungsindex des Kammerwassers = 1,3365 vorausgesetzt)	29,139	30,361	32,379	12,917	13,459	14,353
Scheinbarer Abstand der Pupillar-Ebene vom Scheitel der Hornhaut	3,485	3,042	3,151			
Wahrer Abstand der Pupillar-Ebene vom Scheitel der Hornhaut	4,024	3,597	3,739	1,784	1,594	1,657
Scheinbarer Abstand des Mittelpunktes der Pupille von der Cornealaxe (nach der Nasenseite)	0,037	0,389	0,355			
Wahrer Abstand des Mittelpunktes der Pupille von der Cornealaxe (nach der Nasenseite)	0,032	0,333	0,304	0,014	0,148	0,135
Scheinbarer Horizontal-Durchmesser der Pupillenöffnung	5,82	3,88	4,03			
Wahrer Horizontal-Durchmesser der Pupillenöffnung	5,01	3,41	3,56	2,221	1,512	1,578
Wirkliche Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes beim Nahesehen	0,36	0,44		0,159	0,195	
Krümmungs-Halbmesser der vorderen Linsenfläche	11,9	8,8	10,4	5,275	3,901	4,610
Krümmungs-Halbmesser der vorderen Linsenfläche beim Nahesehen	8,6	5,9		3,812	2,615	
Axe der Linse, oder Linsendicke	3,414	3,801	3,555	1,513	1,685	1,576
Krümmungs-Halbmesser der hinteren Linsenfläche	5,83	5,13	5,37	2,584	2,274	2,380

Tabelle IX. b.

Helmholtz.

Messungen an todten Linsen und Hornhäuten.

Linse.	in Millimetern		in Par. Lin.	
	I.	II.	I.	II.
Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche	10,162	8,865	4,505	3,930
Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche	5,860	5,889	2,598	2,610
Abstand des I. Hauptpunktes von der vorderen Linsenfläche	2,258	2,810	1,001	1,246
Abstand des II. Hauptpunktes von der hinteren Linsenfläche	1,546	1,499	0,685	0,664
Dicke der Linse	4,200	4,314	1,862	1,912
Brennweite der Linse innerhalb der Glaskörperflüssigkeit	54,144	47,435	24,002	21,028
Totales Brechungsvermögen	**1,4519**	**1,4414**		
Hornhaut.				
Dicke der Hornhaut in der Mitte	1,37		0,607	
gleichweit von Mitte und Rand	1,39		0,616	
am Rande	1,55		0,687	

Tabelle X.

Aeltere Messungsangaben über den Brechungsindex der Linsensubstanz.

	Wasser = 1.	Luft = 1. Wasser = 1,3358.
Pemberton	$^{13}/_{12}$ = 1,0833	1,4471
Porterfield	$^{87}/_{85}$ = 1,0235	1,3672
Derselbe		1,3645
Cl. Wintringham	$^{21}/_{20}$ = 1,0500	1,4026
Derselbe		$^{7}/_{5}$ = 1,4
Th. Young, im Tode	$^{21}/_{20}$ = 1,0500	1,4026
Th. Young, muthmaasslich im Leben	$^{18}/_{17}$ = 1,0588	1,4144

Tabelle XI.

Brewster, Chossat und Helmholtz.

Brechungsindices der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

	Brewster	Chossat	Helmholtz
Reines Wasser	1,3358		1,3354
Hornhautsubstanz		1,33	
Wässrige Flüssigkeit	1,3366	1,338	1,3365
Aeussere Schicht der Linsensubstanz	1,3767	1,338	1,4189
Mittlere Schicht der Linsensubstanz	1,3786	1,395	
Kernsubstanz der Linse	1,3990	1,420	
Ganze Linsensubstanz	1,3839		
Linsenkapsel		1,35	
Glaskörpersubstanz	941,33	1,339	1,3382

Tabelle XII.

W. Krause.

Die Brechungsindices der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges.

(Den Brechungsindex des reinen Wassers nach Brewster = 1,3358.)

	Hornhaut	Wässrige Flüssigkeit	Cortikalschicht der Linse	Aeussere Kernschicht der Linse	Linsenkern	Glaskörperfeuchtigkeit
I.	1,3489	1,3387	1,4765	1,4797	1,4829	1,3495
II.	1,3447	1,3387	1,3447	1,3539	1,4732	1,3377
III.	1,3447	1,3370	1,4168	1,4452	1,4710	1,3586
IV.	1,3539	1,3377	1,4213	1,4310	1,4500	1,3495
V.	1,3586	1,3364	1,3992	1,4121	1,4421	1,3377
VI.	1,3586	1,3370	1,4046	1,4168	1,4385	1,3387
VII.	1,3586	1,3574	1,4121	1,4272	1,4349	1,3586
VIII.	1,3586	1,3447	1,3668	1,4121	1,4272	1,3539
IX.	1,3489	1,3387	1,3710	1,4168	1,4385	1,3495
X.	1,3586	1,3495	1,4710	1,4765	1,4829	1,3539
XI.	1,3447	1,3370	1,3932	1,3992	1,4576	1,3495
XII.	1,3495	1,3387	1,3932	1,4213	1,4473	1,3539
XIII.	1,3519	1,3539	1,3818	1,4264	1,4385	1,3586
XIV.	1,3539	1,3447	1,3783	1,4168	1,4349	1,3495
XV.	1,3489	1,3364	1,4168	1,4213	1,4473	1,3377
XVI.	1,3586	1,3387	1,4046	1,4213	1,4385	1,3447
XVII.	1,3489	1,3539	1,4310	1,4538	1,4732	1,3586
XVIII.	1,3447	1,3495	1,3857	1,4500	1,4797	1,3539
XIX.	1,3519	1,3447	1,4310	1,4765	1,4829	1,3495
XX.	1,3586	1,3574	1,4440	1,4710	1,4829	1,3586
Arithem. Mittel	1,3525	1,3435	1,4071	1,4319	1,4564	1,3506

Anmerkungen und Zusätze.

(1) Newton soll gesagt haben: wenn Cotes länger gelebt hätte, dann würden wir Etwas wissen (Smith, a complet System of optics. Cambridge 1738. Remarks).

(2) Die Literatur des allgemeinen dioptrischen Problemes entnehmen wir Listing's Art. zur Dioptrik des Auges in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie Bd. IV. S. 506.

Cotes, in Smith, a complet System of optics. Cambridge 1738. Vol. II. Remarks. p. 76.

Euler, Règles générales pour la construction des telescopes et microscopes de quelque nombre de verres qu'ils soient composés. Histoire de l'acad. roy. de Berlin pour l'ann. 1757 p. 283. — Règles générales pour la construction des telescopes et microscopes ibid. pour l'ann. 1761 p. 201. — Précis d'une théorie générale de la dioptrique, Hist. de l'acad. roy. des sc. de Paris 1765 p. 555.

De la Grange, Sur la théorie des lunettes. Nouv. Mém. de l'acad. roy. de Berlin pour l'ann. 1778 p. 162. — Sur une loi générale d'optique, ibid. pour l'année 1803. Classe mathematique p. 1.

Piola, Sulla teorica de'cannocchiali in den Effemerdi astron. di Milano per l'anno 1822.

Möbius, Kurze Darstellung eines Systemes von Linsengläsern. In Crelle's Journal für reine und angewendete Mathematik. Bd. 5. Berlin 1830. S. 113.

Bessel, Ueber die Grundformeln der Dioptrik. In den astronom. Nachrichten. Bd. 18. Altona 1841. S. 97.

Gauss, Dioptrische Untersuchungen. In den Abhandl. der kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen Thl. 1. von den Jahren 1838 bis 1843. — Auch in besonderem Abdruck Göttingen 1841.

Encke, De formulis dioptricis. Ein Programm. Berlin 1844.

Diesem Verzeichnisse fügen wir noch hinzu:

Stampfer, Ueber die Theorie der achromatischen Objective in den Jahrbüchern des k. k. polytechnischen Institutes in Wien. Bd. III. S. 52.

(3) Nachstehender Aufsatz, welcher ursprünglich für das ophthalmologische Archiv bestimmt war, dem aber die Aufnahme vorläufig verweigert werden musste, weil für Artikel von kritischer oder polemischer Natur ein eigener, erst später erscheinender Band vorbehalten ist, mag in etwas abgekürzter Form hier nur als Abwehr gegen ein anmaassliches und oberflächliches Antasten der dioptrischen Untersuchungen von Gauss eine vorläufige Stelle finden.

Einige Bemerkungen über die Abhandlung: „Die Accommodationsfehler des Auges“ von Dr. Stellwag von Carion.

(Sitzungsberichte der Acad. d. Wissensch. in Wien. Bd. XVI. Heft I. S. 187).

Von

Wilh. Zehender, Med. Dr.

Es ist nicht unsere Absicht, eine umfassende Kritik obiger Abhandlung zu geben. Gleich auf den ersten Seiten begegnen uns aber einige so wunderliche und abentheuerliche Behauptungen, dass eine baldige Berichtigung derselben nur wünschenswerth erscheinen muss. Wenn solche Urtheile und solche Beweisführungen eine weitere Verbreitung fänden, dann wäre zu befürchten, dass die physiologische Dioptrik, welche in den letzten Jahren durch die Bemühungen norddeutscher Forscher (in Königsberg, Berlin, Göttingen u. a. O.) einen so glücklichen Aufschwung genommen hat, gar bald wieder in Stillstand gerathen, oder sogar zu beträchtlichen Rückschritten gebracht werden könnte.

Wir lesen in dieser Abhandlung S. 188.

„Die Formeln, welche Listing (R. Wagner's Handwörterbuch der Phys. Bd. IV. S. 504) zu solchen Zwecken empfohlen hat, stehen sowohl in Bezug auf Manipulationsleichtigkeit (sic), als auch in Betreff der durch sie gewonnenen Resultate den Stampfer'schen **weit nach**. Die Wichtigkeit, welche man ersteren in neuerer Zeit beigelegt hat, bestimmt mich, näher in sie einzugehen, gleich im Vorhinein bemerkend, dass Listing in der Bestimmung der Radien der Trennungsflächen und in der Distanz der Scheitelpunkte der letzteren etwas gar zu willkührlich vorgegangen — — ist; dass aber eine Substitution annäherungsweise richtiger Werthe in seine Gleichungen, **noch weiter vom Ziele abführt**. Worin der Grund dessen liegt, ist mir unbekannt, aber Thatsache ist es, die Ergebnisse der Listing'schen und der Stampfer'schen Formeln sind bei Zugrundelegung derselben Werthe **sehr different**.“

„So zum Beispiel u. s. w.“ — Es folgen dann einige gerechnete Beispiele, wodurch die Richtigkeit der obigen Behauptungen erhärtet werden soll.

Bevor wir auf eine nähere Beleuchtung dieser Behauptungen uns einlassen, möge noch eine andere kurze Bemerkung vorausgeschickt werden.

Man erweist Listing zu viel Ehre und ohne Zweifel mehr Ehre, als ihm selbst lieb ist, wenn man die Methode, deren er sich zur Berechnung seines schematischen Auges bedient hat, als seine Methode bezeichnet. Listing sagt es ja selbst, er sei hierin der Gauss'schen Darstellung gefolgt, „welche sich wegen ihrer vollkommenen Allgemeinheit, besonders gut für diese physiologische Anwendung eigne.“ Wer die Gauss'sche Abhandlung mit Listing's Arbeit vergleicht, wird sogar finden, dass Listing derselben sehr treu gefolgt ist, wodurch sich der echt mathematische Sinn dieses Gelehrten am schönsten und besten bewährt hat; denn schwerlich dürfte sich Jemand finden, welcher den Inhalt der Gauss'schen Abhandlung mit anderen Worten und zugleich besser, oder auch nur eben so gut wiederzugeben im Stande wäre.

Der zu Anfang dieses Jahres verstorbene Gauss (seit 1807 bis an sein Lebensende Professor in Göttingen) war — wie alle Sachkundigen einstimmig versichern — ein Mann, wie ihn nicht jedes Jahrhundert hervorbringt, ein Mathematiker, welchem Keiner seiner Fach- und Zeitgenossen den ersten und obersten Rang streitig zu machen wagte.

Diesem zu Folge, glauben wir dem Prof. Stampfer nicht zu nahe zu treten, wenn wir die Vorzüge seiner dioptrischen Formeln vor den Gauss'schen a priori schon in Zweifel ziehen. Es würde uns aber gar nicht einmal schwer fallen, manche Vorzüge dieser letzteren vor jenen aufzuzählen. Eine gründliche vergleichende Kritik ist indessen eine Aufgabe, welche dem Mathematiker von Fach überlassen bleiben muss, eine Aufgabe wenigstens, welcher wir uns nicht gewachsen fühlen.

Wir wollten mit dieser eingeschalteten Bemerkung nur andeuten, dass etwas viel Courage dazu gehört, um Behauptungen, wie die oben mitgetheilten, ungescheut in die Welt zu setzen.

Und wie wird die Beweisführung dieser Behauptungen geliefert! Zunächst wird an einigen fehlerhaft gerechneten Beispielen nachgewiesen, dass beide Methoden nicht zu denselben Rechnungsresultaten führen; dann, da das Resultat, welches bei der Stampfer'schen Rechnungsmethode heraus gekommen ist, demjenigen Resultate, welches man zu erhalten wünscht, besser entspricht, wird weiter gefolgert: „Ein so bedeutendes Abweichen der Rechnungsresultate von den in der Natur gegebenen Verhältnissen — — drückt nothwendig den Werth des Listing'schen Verfahrens sehr herab.“ — Das ist allerdings ein sehr bequemes Raisonnement!

Betrachten wir die Sache nun einmal von einer anderen Seite und untersuchen wir zunächst nur die Frage, in wie weit die beiden Rechnungsmethoden in ihren Endresultaten wirklich von einander differiren:

Gauss liefert in seiner Abhandlung den Nachweis, dass seine Formeln

bis auf sehr kleine Grössen dritter Ordnung genau seien. Stampfer gelangt auf einem ganz anderen Wege zu einer Reihe, in deren Entwickelung er die vierte und alle höheren Potenzen von y vernachlässigt, woraus folgt, dass mit Bezug auf dieses y auch seine Formeln bis auf kleine Grössen dritter Ordnung genau sind. Hieraus könnte man wohl schon entnehmen, dass die Endresultate wahrscheinlicherweise nicht sehr beträchtlich von einander abweichen werden. — Vergleicht man aber die Formeln genauer, dann ist es leicht, den Beweis zu führen, dass die Ergebnisse beider nicht — wie Stellwag behauptet — „sehr different,“ sondern in der That vollkommen identisch sind.

Um den Beweis hievon zu liefern, braucht man nur die eine dieser beiden Formeln nach der Bezeichnungsweise der andern auszudrücken, woraus — falls unsere Behauptung richtig ist — eine identische Form des Endausdruckes hervorgehen muss.

Wenn wir nun — um der Einfachheit willen — den Lichtstrahl uns in derjenigen Ebene liegend denken, welche durch die x und durch die y Axe eines Coordinatensystems geht, dessen x Axe überdies mit der Axe des dioptrischen Systems zusammenfällt; dann sind die successiven Gleichungen dieses Lichtstrahles in den verschiedenen Mitteln nach der von Gauss gewählten Bezeichnungsweise folgende:

Einfallend. Lichtstrahl: $y = \frac{\beta^0}{n^0}(x - N^0) + b^0$

gebroch. Lichtstr. im ersten Mittel $y = \frac{\beta'}{n'}(x - N^0) + b^0$

„ „ im zweiten Mittel $y = \frac{\beta''}{n''}(x - N') + b'$

u. s. f.

Die verschiedenen β und b stehen unter sich in folgenden Relationen:

$$\beta' = \beta^0 + u^0 b^0$$
$$b' = b^0 + t'\beta'$$
$$\beta'' = \beta' + u'b'$$

u. s. f.

und lassen sich durch Substitution linear nach β^0 und b^0 ausdrücken.

Will man nun die Entfernung des zweiten Brennpunktes von der ersten Fläche des Systems $(F - N^0)$ nach einmaliger Brechung kennen, dann muss der einfallende Strahl parallel zur x Axe, mithin:

$$\beta^0 = 0$$

gesetzt werden. Für diesen Fall muss aber y ebenfalls der Null gleich sein.

Man findet daher:

$$F - N^0 = -\frac{n'b^0}{\beta'} = -\frac{n'}{u^0}$$

Will man die Entfernung dieses Brennpunktes von der zweiten brechenden

Fläche $(F' - N')$ nach zweimaliger Brechung kennen, dann findet man unter denselben Voraussetzungen:

$$F' - N' = -\frac{n''b'}{\beta''}$$

$$= -\frac{n''(1 + t'u^0)}{u^0 + u' + u't'u^0}$$

Es ist aber, wenn wir die Krümmungshalbmesser der Trennungsflächen mit R bezeichnen, und diese verschiedenen R noch mit Stellenzeigern versehen:

$$u^0 = -\frac{n' - n^0}{R^0}$$

$$u' = -\frac{n'' - n'}{R'}$$

$$t' = \frac{N' - N^0}{n'}$$

$$t'' = \frac{N'' - N'}{n''}$$

u. s. f.

Vergleichen wir diese Bezeichnungen mit der Bezeichnungsweise der Stampfer'schen Formeln, dann ist:

$$m = \frac{n^0}{n'}$$

$$m_1 = \frac{n'}{n''}$$

u. s. f.

$$r = \frac{1}{R^0}$$

$$r_1 = \frac{1}{R'}$$

u. s. f.

$$f = \frac{1}{F - N^0}$$

$$f_1 = \frac{1}{F' - N'}$$

u. s. f. endlich:

$$q = N' - N^0 = n't'$$
$$q_1 = N'' - N' = n''t''$$

u. s. f.

Die Stampfer'sche Formel für den inversen Werth der Entfernung zwischen Brennpunkt und erster Trennungsfläche bei einmaliger Brechung und bei parallel einfallenden Lichtstrahlen ist:

$$f = (1 - m) r$$
$$= \frac{n' - n^0}{n' R}$$
$$= - \frac{u^0}{n'}$$

und

$$\frac{1}{f} = F - N^0 = - \frac{n'}{u^0}$$

mithin mit dem oben gefundenen Resultate gleichlautend.

Nach einer zweiten Brechung heisst nach Stampfer der inverse Werth der Entfernung zwischen Brennpunkt und zweiter Trennungsfläche:

$$f_1 = (1 - m_1) r_1 + \frac{m_1 f}{1 - g f}$$

worin für f der eben gefundene Werth zu substituiren ist. Dies gibt:

$$f_1 = \frac{n'' - n'}{n'' R'} - \frac{u^0}{n''(1 + t' u^0)}$$
$$= - \frac{u'}{n''} - \frac{u^0}{n''(1 + t' u^0)}$$
$$= - \frac{u' + u' t' u^0 + u^0}{n'' (1 + t' u^0)}$$

und

$$\frac{1}{f_1} = F' - N' = - \frac{n'' (1 + t' u^0)}{u' + u' t' u^0 + u^0}$$

Mithin genau ebenso wie oben.

Weiter brauchen wir den Nachweis nicht zu führen, denn was für zwei Brechungen gilt, das gilt auch für alle nachfolgenden Brechungen, weil jeder Werth aus dem nächst vorhergehenden gerade so gebildet wird, wie der zweite aus dem ersten.

Hätte Stellwag sich die Mühe genommen, diese ganz leichten Reduktionen zu versuchen, dann würde er die Unrichtigkeit seiner Behauptungen sehr bald selbst entdeckt haben. Er hat aber vorgezogen, seine Beweisführung auf einem nicht eben sehr wissenschaftlichen Wege durch ein Rechenexempel zu führen. Ein solches Verfahren schliesst jedoch die Möglichkeit nicht aus, dass das Exempel falsch gerechnet sei, wodurch dann ein Beweis des Gegentheils, oder richtiger gesagt, gar nichts bewiesen wird. Diese Möglichkeit ist bei Stellwag's Art und Weise „näher in die Formeln einzugehen," leider zur Wirklichkeit geworden.

Es bleibt uns noch die etwas langweilige und traurige Arbeit übrig, den Nachweis zu liefern, dass die Zahlenbeispiele, aus denen Stellwag die ganze beweisende Kraft seiner Behauptungen schöpft, in der That von Rechenfehlern voll sind. — Wir hoffen übrigens, dass es genügen werde, wenn wir uns auf die Durchrechnung des ersten Exempels beschränken.

Zunächst wird der Umstand schon wenig Vertrauen wecken, dass bei Stellwag in ein und derselben Rechnung Decimalbrüche vorkommen, von denen der eine nur drei, ein anderer aber sogar zehn Decimalstellen hat. Entweder muss man annehmen, dass die fehlenden Stellen durch Nullen zu ersetzen seien, oder das Endresultat der Rechnung ist nur bis auf die dritte Decimalstelle als richtig anzusehen. Die sieben übrigen Decimalstellen wären in diesem Falle gleichsam als Luxusartikel hinzugefügt.

Nach unserer Rechnung dürfen aber die fehlenden Stellen nicht durch Nullen ergänzt werden. Wir erhalten nämlich:

$$u^0 = -\frac{n'-n^0}{R^0} = -\frac{1{,}339 - 1}{3{,}456} = -\frac{0{,}339}{3{,}456} = -0{,}0980903$$

nach Stellwag $= -0{,}098$.

$$u' = -\frac{n''-n'}{R'} = -\frac{1{,}337 - 1{,}339}{2{,}772} = +\frac{0{,}002}{2{,}772} = 0{,}0007215$$

nach Stellwag: ebenso.

$$t' = \frac{N'-N^0}{n'} = \frac{0{,}4}{1{,}339} = 0{,}2987304 \text{ nach Stellwag} = 0{,}02987$$

ferner:

$g = u^0\, t' + 1 = 0{,}9706974$ nach Stellwag $= 0{,}99707274$

$h = t' = 0{,}2987304$ nach Stellwag $= 0{,}02987$

$k = u^0 + u\, t'\, u' + u' = -0{,}0973899$ nach Stellwag $= -0{,}0972806$

$l = u'\, t' + 1 = 1{,}0002155$ nach Stellwag $= 1{,}00002155$

Als Probe soll herauskommen $g\,l - h\,k = 1$. Wir erhalten:

$g\,l - h\,k = 0{,}9999997$ nach Stellwag $= 0{,}9999999984$

Mithin ist nach dem Proberesultat die Stellwag'sche Rechnung noch weit genauer als die Unsrige. Wie es aber mit solchen Probe-Rechnungen gehalten zu werden pflegt, wenn in der Rechnung selbst schon zahlreiche Fehler vorgekommen sind, darüber wollen wir keine weiteren Nachforschungen anstellen. Uebrigens kann dieses überraschend genaue Proberesultat möglicherweise auch durch einen Zufall entstanden sein, und sich dadurch entschuldigen lassen; denn da bei dem Werthe von u^0 schon die vierte Decimale vernachlässigt wurde, so kann auch von der Proberechnung mit Nothwendigkeit nur so viel erwartet werden, dass sie ebenfalls bis zur vierten Decimalstelle (exclusive) genau sei.

Nun wird weiter gerechnet:

$$E - N^0 = -\frac{1-l}{k} = -0{,}0022131 \quad \text{nach Stellwag} = -0{,}00022153$$

$$N' - E' = -\frac{n'(1-g)}{k} = +0{,}4022748 \text{ nach Stellwag} = +0{,}0402317$$

Es liegt daher der zweite Hauptpunkt nicht, wie Stellwag angibt:

0,0402317 vor der hinteren Cornealfläche; sondern

0,4022748 „ „ „ „

und mithin, da die Cornealdicke = 0,4 angenommen wird, noch:

0,0022748 vor der vorderen Cornealfläche.

Die beiden Brennweiten sind:

$$\text{die erste: } = -\frac{n^0}{k} = 10{,}26800 \quad \text{nach Stellwag} = 10{,}279$$

$$\text{die zweite: } = -\frac{n'}{k} = 13{,}72832 \quad \text{nach Stellwag} = 13{,}744$$

Die Knotenpunkte brauchen wir nicht, und ebenso wenig die Reduktion auf eine einzige Hauptebene, welchen Werthen bei Stellwag natürlicherweise die Rechnungsfehler der Constanten g, h, k, l überall nachhinken.

Da nun die zweite Brennweite

$$= 13{,}72832$$

und die Entfernung des zweiten Hauptpunktes vor der vorderen Cornealfläche:

$$= 0{,}002275$$

so ist die Entfernung des zweiten Brennpunktes von der vorderen Cornealfläche:

$$F' - N^0 = 13{,}72605 \text{ nach Stellwag} = 14{,}1035$$

In dieser ganzen langen Rechnung findet sich also nur ein einziger Werth (nämlich der Ausdruck für u'), welcher bei Stellwag richtig gerechnet ist.

Nun kommt noch dieselbe Rechnung nach Stampfer, welche Stellwag nur bis auf zwei Decimalen ausführt. Wir wollen sie, wie oben, bis in die fünfte Decimale zu verfolgen suchen.

Wir finden:

$$m = \frac{n^0}{n'} = \frac{1}{1{,}339} = 0{,}746826 \text{ nach Stellwag} = 0{,}7468$$

$$f = (1 - m)\, r = \frac{0{,}253174}{3{,}456} = 0{,}073256 \text{ nach Stellwag} = 0{,}07325$$

ferner:

$$m = \frac{n'}{n''} = \frac{1{,}339}{1{,}337} = 1{,}001496 \text{ nach Stellwag} = 1{,}002$$

$$(1 - m_1)\, r_1 = -\frac{0{,}001496}{2{,}772} = -0{,}000539$$

$$1 - qf = 1 - 0{,}4 \times 0{,}073256 = 0{,}9706976$$

$$\frac{m\, f}{1 - q\, f} = \frac{1{,}001496 \times 0{,}073256}{0{,}9706976} = 0{,}075580$$

mithin:

$$f_1 = (1 - m_1)\, r_1 + \frac{m_1\, f}{1 - q\, f} = 0{,}075041 \text{ nach Stellwag} = 0{,}07492$$

$$\frac{1}{f_1} = 13{,}32605 \text{ nach Stellwag} = 13{,}35$$

Mithin ist die Entfernung des zweiten Brennpunktes von der Vorderfläche der Hornhaut:

$$\frac{1}{f_1} + q = F' - N^0 = 13{,}72605 \text{ nach Stellwag } = 13{,}75$$

Unserer Rechnung zufolge stimmt also das Endresultat nach beiden Methoden bis in die fünfte Decimale genau überein, was bei richtig ausgeführter Rechnung nicht anders erwartet werden konnte.

Nun, einen Rechenfehler zu machen, kann selbst dem besten Mathematiker wohl einmal passiren. Obwohl wir Dr. Stellwag nicht gerade für einen der besten Mathematiker erklären möchten, so glauben wir doch nachgewiesen zu haben, dass er sich wenigstens in dieser Eigenschaft von einem Solchen nicht unterscheide.

Es gehört übrigens viel kindliche Unschuld dazu, um auf Grund einer falschen Rechnung über die dioptrischen Formeln eines der grössten Mathematiker die je gelebt haben, ohne Weiteres den Stab zu brechen und solche leichtfertig hingeschwindelte Waare obendrein noch der k. k. Akademie der Wissenschaften in der k. k. Haupt- und Residenzstadt Wien zu präsentiren. Auch will es uns scheinen, als ob die Wiener Akademie mit der Publikation solcher Arbeiten wenig Ehre einlegen werde.

Als eine „besser zum Ziele führende“ Methode wird endlich das vor länger als zehn Jahren schon einmal dagewesene Moser'sche Verfahren (Siehe Note 20) wieder aufgenommen, (und — anscheinend wenigstens — als etwas Neues mitgetheilt), wonach für die Krümmung der vorderen Hornhautfläche und für die Distanz derselben von der Netzhaut die natürlichen Dimensionen beibehalten werden; im Uebrigen aber ein imaginärer Totalindex der als homogen vorausgesetzten durchsichtigen Augenmedien angenommen wird. Bekanntlich ist diese Methode als ganz unzulänglich und unzweckmässig schon längst wieder aufgegeben und verworfen worden. Auf dieses Verfahren scheint aber der Rest der Abhandlung basirt zu sein.

Wir haben die Arbeit übrigens nicht zu Ende lesen können. Die ersten Paar Seiten haben uns, aufrichtig gesagt, den Appetit schon hinreichend verdorben. — Geschrieben in Wien, Juli 1855.

(4) Um Denjenigen, welche die Euler'sche Originalabhandlung nicht zur Hand haben, das Verständniss des von ihm eingeführten Algorithmus zu erleichtern, wollen wir in Kürze dasjenige mittheilen, was für unseren Zweck von Wichtigkeit ist.

Es sei gegeben ein continuirlicher Bruch von der Form:

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \text{. etc.}}}}$$

Ein solcher Bruch kann nach Euler's Bezeichnungsweise geschrieben werden:

$$\frac{(a,\ b,\ c,\ d,\ \ldots .)}{(b,\ c,\ d,\ \ldots .)}$$

Die Bedeutung der eingeklammerten Indices besteht aber darin, dass sie nach einem Bildungsgesetz zu entwickeln sind, welches man in nachfolgender Weise ausdrücken kann:

$(a) = a$
$(a, b) = b\,(a) + 1 = b a + 1.$
$(a, b, c) = c\,(a, b) + (a) = c b a + c + a$
$(a, b, c, d) = d\,(a, b, c) + (a, b) = d c b a + d c + d a + b a + 1.$
. . . . , ...
$(a, b, c \ldots . p, q, r) = r\,(a, b, c \ldots p, q) + (a, b, c \ldots p).$

Man wird sich leicht überzeugen können, dass nach der angeführten Bedeutung der Ausdruck:

$$\frac{(a,\ b,\ c,\ d\ \ldots ..)}{(b,\ c,\ d,\ \ldots .)}$$

der Summe des gegebenen Kettenbruches gleich sei.

Es lässt sich aber dieselbe Entwickelung auch unter folgender Form darstellen:

$(a) = a\ (1)$

$(a, b) = a b \left(1 + \frac{1}{ab}\right)$

$(a, b, c) = a b c \left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}\right)$

$(a, b, c, d) = a b c d \left(1 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{abcd}\right)$

. . . .

Verfolgt man diese Entwickelung noch weiter, dann ergibt sich als allgemeines Bildungsgesetz, dass die Nenner der in Klammern stehenden Brüche immer aus den Produkten je zweier benachbarter Indices, dann aus den Produkten je zweier, je dreier u. s. w. solcher Produkte bestehen; woraus weiterhin folgt, dass kein Index von seinem nachbarlichen Index getrennt und versetzt werden dürfe, dass aber die sämmtlichen Indices in umgekehrter Folge aufzuschreiben wohl erlaubt sei.

Es ist daher:

$(a, b) = (b, a)$
$(a, b, c) = (c, b, a)$
$(a. b, c, d) = (d, c, b, a)$
. . . .

(Euler a. a. O. §. 8 und 9.)

Die successiven Näherungswerthe des gegebenen continuirlichen Bruches werden daher sein:

$$(a)$$

$$\frac{(a,\ b)}{(b)}$$

$$\frac{(a,\ b,\ c)}{(b,\ c)}$$

$$\frac{(a,\ b,\ c,\ d)}{(b,\ c,\ d)}$$

. . . .

Entwickelt man diese Brüche nach der angezeigten Regel und subtrahirt irgend einen beliebigen derselben von dem nächstvorhergehenden oder von dem nächstfolgenden, so ergibt sich als ein sehr bemerkenswerthes Resultat, dass der Zähler desjenigen Bruches, welcher die Differenz der auf gleiche Benennung gebrachten beiden Brüche angibt, immer

$$= \pm\ 1 \text{ sei;}$$

wobei das positive Zeichen gilt, wenn die Zahl der in den Klammern des Minuendus enthaltenen Indices gerade, das negative Zeichen dagegen, wenn sie ungerade ist.

Die Entwickelung ergibt nämlich:

$(a)\ (b) - (a,\ b) = -\ 1.$

$(a,\ b)\ (b,\ c) - (b)\ (a,\ b,\ c) = +\ 1.$

$(a,\ b,\ c)\ (b,\ c,\ d) - (b,\ c)\ (a,\ b,\ c,\ d) = -\ 1.$

$(a,\ b,\ c,\ d)\ (b,\ c,\ d,\ e) - (b,\ c,\ d)\ (a,\ b,\ c,\ d,\ e) = +\ 1.$

. . . .

$(a,\ b,\ c\ \ldots\ m)\ (b,\ c\ \ldots\ m,\ n) - (b,\ c\ \ldots\ m)\ (a,\ b,\ c\ \ldots\ m,\ n) = \pm\ 1.$

(Euler a. a. O. §§. 18, 19, 20.)

Dieser Satz, in der Bezeichnungsweise unserer beiden Kettenbrüche ausgedrückt, gibt:

$(u^0,\ t',\ u'\ \ldots\ t^*)\ (t'\ u'\ t''\ \ldots\ u^*) - (t',\ u',\ t''\ \ldots\ t^*)\ (u^0,\ t'\ u'\ \ldots\ u^*) = 1.$

oder:

$$g\,l - h\,k = 1.$$

Man sieht leicht, dass hier die Zahl der in den Klammern des Minuendus enthaltenen Indices immer gerade, die Eins daher immer positiv werden muss.

(5) Obwohl die sogen. Knotenpunkte wegen ihrer beschränkten und nicht sehr merkwürdigen Eigenschaften eine besondere Beachtung kaum verdienen, so haben wir dieselben doch nicht übergehen wollen, weil ihre Anwendung in ziemlich häufigem Gebrauche steht. Allerdings ist bei ersten und oberflächlichsten Ueberschlägen die Kenntniss der Lage eines Punktes, welcher die Eigenschaft hat, dass alle durch denselben hindurchgehenden Lichtstrahlen vor und nach der Brechung einerlei Neigung gegen die Axe behaupten, mitunter von Nutzen und von grosser Bequemlichkeit. Wenn es aber einmal genauer genommen wird, dann wird man vielleicht immer finden, dass die Kenntniss der Lage der Knotenpunkte weder für die Rechnung, noch für die

Construction eine wesentliche Erleichterung oder Vereinfachung zulasse. Die vermeintliche Vereinfachung entsteht in der Regel nur dadurch, dass man die unbekannte, oder doch nicht genau bekannte Entfernung der Knotenpunkte von der conjugirten Bildweite als bekannt voraussetzt. Hierdurch wird zwar jede genauere Bestimmung der Bildgrösse unmöglich, doch kann dadurch wenigstens eine ungefähre Schätzung derselben erreicht werden.

Zu diesem letzteren Zwecke wird aber jeder in der Knotenpunktsregion gelegene Punkte schon genügen.

(6) Wir haben die Buchstaben e und e* bereits benutzt, um die Entfernung des ersten Hauptpunktes von der letzten Trennungsfläche zu bezeichnen; desshalb haben wir uns hier erlaubt — so ungern dies übrigens geschehen ist — von der Gauss'schen Buchstabenbezeichnung abzuweichen, um Irrungen zu vermeiden. Gauss setzt nämlich in diesen Formeln die Dicke der Linse gleich ne, weshalb bei ihm die Brennweite einer einfachen Linse durch:

$$\varphi = \frac{ff'}{f + f' - e}$$

ausgedrückt wird, während wir die Dicke der Linse mit nt bezeichnen und darum schreiben müssen:

$$\varphi = \frac{ff'}{f + f' - t}$$

(7) Die vollständige Formel, wenn n^0 und n^* von der Eins verschiedene Werthe haben, heisst:

$$n = -\frac{kr^0r' - n^0(d+r') - n^*(d-r^0)}{2(d+r'-r^0)} \pm$$
$$\pm \sqrt{\left(\frac{kr^0r' - n^0(d+r') - n^*(d-r^0)}{2(d+r'-r^0)}\right)^2 - \frac{n^*n^0 d}{d+r'-r^0}}$$

Nach dieser Formel ist der Brechungsindex der Krystall-Linse (Abschn. III., 9) berechnet worden.

(8) Um die durch Brechung in der Hornhaut bedingte Vergrösserung zu bestimmen, maass Helmholtz mittelst des Ophthalmometers die Grösse eines Objectes, welches sich hinter einem Glasgefässe mit parallelen Wänden befand. Brachte er nun in das Wasser die frische Hornhaut einer menschlichen Leiche, so dass er das Object durch die Hornhaut erblickte, dann war durch das Ophthalmometer eine Verkleinerung des Bildes nicht zu entdecken. Nach diesem Versuche glaubt Helmholtz die dispansive Brechungswirkung der Hornhaut läugnen zu müssen.

Archiv für Ophthalmologie Bd. I. Abth. 2, S. 28. Allgem. Encyclopäd. der Physik. v. G. Karsten Bd. IX. (Physiolog. Optik von Helmholtz) S. 71.

(9) „An den Augen von Leichen findet man in der Regel die Hornhaut gewölbter, ihren Radius also kleiner als bei Lebenden. Fügt man in den

hinteren Theil der Sclerotica mittelst des von Spengler (J. Müller's Archiv für Anat. u. Physiol. 1844 S. 49) zur Einfügung des Hämadynamometer in Arterien erfundenen Hahnes eine rechtwinkelig gebogene Glasröhre ein, deren längerer Schenkel vertikal steht, und mit Wasser gefüllt wird, so findet man: Dass die Hornhaut desto flacher wird, je grösser der Druck. Die Erklärung davon ist leicht: „Je stärker der Druck, desto mehr strebt sich der Augapfel einer Kugel zu nähern, derjenigen Körperform, welche von allen mit gleicher Oberfläche den grössten Inhalt hat. Dadurch wird namentlich der einspringende Winkel, welchen Cornea und Sclerotica an ihrer Gränze bilden, hervorgedrängt werden müssen, und die Cornea, welche einen kleineren Radius als die Kugel hat, der sich der Augapfel zu nähern strebt, flacher werden." Archiv für Ophthalmologie Bd. I. Abth. 2. S. 16. 17.

Diese unzweifelhaft richtige Behauptung scheint aber mit den Krause-schen Messungen der Hornhaut-Krümmungen in praktischen Widerspruch zu gerathen; Krause fand an todten Augen den Krümmungshalbmesser der Hornhaut im Allgemeinen etwas grösser, als er an lebenden Augen gefunden worden ist.

(10) Volkmann Art. Sehen in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie Bd. V. S. 302.

(11) Die Versuche von Th. Young (siehe Abschn. IV. 3.) beweisen eigentlich nur, dass der dem fixirten Objecte zunächst liegende Punkt der Hornhaut nicht der Mittelpunkt der Hornhaut, sondern ein nach Innen von demselben gelegener Punkt sei. Wollte man annehmen, dass dieser letztere Punkt, welcher als vorderer Endpunkt der Augenaxe angesehen wurde, mit dem Scheitel der Hornhaut-Krümmung zusammenfalle, dann müsste man sagen, dass der Scheitel der Hornhaut-Krümmung nach innen (nicht wie sich in Volkmann's Angaben über die Senff'schen Messungen findet, nach aussen) von dem Mittelpunkte derselben gelegen sei. Die Young'sche Methode führt nicht eben zu besonders genauen Resultaten, doch sind sie immerhin genau genug, um jeden Zweifel über das Factum selbst zu beseitigen.

Durch die Messungen von Helmholtz ist inzwischen dieses Verhältniss dahin bestätigt und berichtigt worden, dass der vordere Pol der „Gesichtslinie" um einige Grade der Nase näher liege, als der mit dem Mittelpunkte der Hornhaut congruirende Scheitelpunkt ihrer Krümmung, dass also der vordere Pol der Augenaxe (Gesichtslinie) keineswegs mit dem Scheitelpunkte der Krümmung zusammenfalle.

(12) Helmholtz hat sich viel Mühe gegeben, die Spiegelung der hinteren Hornhautfläche zu sehen, um aus den Grössenverhältnissen der Spiegelbilder ihre Krümmung bestimmen zu können; indessen ist ihm dies nicht gelungen. Der Reflex an der vorderen Hornhautfläche ist so stark, dass es nicht überraschen darf, wenn man den schwächeren Reflex der hinteren Fläche nicht

sehen kann, sobald beide sehr nahe neben einander stehen. Indessen scheint ihm aus der Unsichtbarkeit dieses Reflexes doch zu folgen, dass beide Hornhautflächen nahehin parallel sein müssen. Auch mit Hülfe polarisirender Apparate ist es nicht gelungen, den Reflex der hinteren Hornhautfläche wahrzunehmen. Wenn nämlich gewöhnliches Licht unter dem Polarisationswinkel auf die Hornhaut fällt, dann wird vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen, welches, wenn man durch ein Nicol'sches Prisma blickt, bei einer gewissen Stellung desselben völlig verlöscht werden kann. Da aber für die hintere Fläche der Polarisationswinkel ein anderer ist, weil das Licht vor der Reflexion noch eine Ablenkung in der Hornhaut erleidet, so kann nicht gleichzeitig von beiden Flächen vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen werden. Wenn also das Nicol'sche Prisma den vorderen Reflex verlöscht, musste ein Theil des hinteren stehen bleiben. Indessen gelang auch dieses Experiment nicht, weil wahrscheinlich dabei auch der hintere Reflex zu sehr geschwächt wurde, um sichtbar zu bleiben. Uebrigens verschwindet der vordere Hornhautreflex durch Polarisation niemals vollständig.

Graefe's Archiv für Ophthalmologie Bd. I. Abth. 2. S. 25.

(13) Prof. Seitz hat mich darauf aufmerksam gemacht, dass die Hornhaut nicht immer ganz allmälig gegen den Rand hin an Dicke zunimmt, sondern dass sich mitunter eine plötzliche Dickenzunahme mit freiem Auge schon recht gut erkennen lässt. Die hintere Hornhautwand bildet in solchen Fällen einen sehr stumpfen, gegen die Augenkammer vorspringenden Winkel. Wenn dieses Verhalten in weniger auffallendem Grade vielleicht öfter vorkommen sollte, dann dürften für die Bestimmung der inneren Hornhaut-Krümmung die Randparthien der Hornhaut gar nicht mitbenutzt werden.

(14) Um sich an lebenden Augen von dem sehr wichtigen Umstande zu überzeugen, dass die Iris der Linse dicht anliegt, kann man nach Helmholtz folgendes Verfahren benutzen. Man stelle seitlich und etwas nach vorn von dem beobachteten Auge ein Licht auf, und concentrire durch eine Sammel-Linse von etwa zwei Zoll Brennweite und möglichst grosser Oeffnung dessen Strahlen auf einen Punkt der vorderen Linsenfläche, so dass auf dieser ein Bild des Lichtes entworfen wird. Die Substanz der Linse sieht an der stark beleuchteten Stelle weisslich trübe aus, und man sieht, dass von der Iris kein Schlagschatten geworfen wird. Noch besser überzeugt man sich, wenn man die Reflexe, welche die vordere Fläche der Linse von einfallendem Lichte gibt, zu diesem Versuche benutzt. — Wäre zwischen der Iris und der spiegelnden Linsenfläche ein kleiner Zwischenraum, dann würde sich an dem dem beobachtenden Auge gegenüberliegenden Rande der Iris eine dunkle Linie zwischen die Spiegelbilder und den Irisrand einschieben.

Allgm. Encyklopäd. d. Physik, von G. Karsten. Bd. IX. (Physiolog. Optik von Helmholtz) S. 15.

(15) Primus fere Peirescus lentem crystallinam dimetiri adgressus est, scrupulumque injiciunt, qui negant omnino perfecte sphaericas superficies esse.

Mensuras sumere difficile quidem fuerit (fatetur Peirescus), si accurate volueris in opere versari.

Haller, Elem. Phys. lib. XVI. Sec. II. §. 19 pag. 400.

(16) S. Th. Sömmering über den Bau des menschl. Auges S. 78.

Die geringere Länge der Linsenaxe in den Augen lebender Menschen, wie sie von Helmholtz gefunden wurde, erlangt durch seine Ansichten über die Gestaltveränderung der Linse beim Nahesehen noch eine complementäre Erläuterung. Helmholtz hält nämlich für wahrscheinlich, dass beim Fernsehen die Zonula gespannt sei, und somit einen die Linsenfigur verflachenden Zug auf ihren Rand ausübe. Beim Nahesehen könnten durch die Wirkung des Ciliarmuskels die hinteren Enden der Ciliarfortsätze etwas nach vorn bewegt, und dadurch die Spannung in der Zonula aufgehoben oder doch vermindert werden. Die Folge davon wäre, dass die Linse in der Mitte dicker, und ihre beiden Krümmungshalbmesser etwas verkürzt würden. Da aber unter diesen Verhältnissen die verkürzende Kraft beide Halbmesser in gleichem Maasse treffen würde, während die Beobachtungen lehren, dass die Krümmungsveränderung der hinteren Linsenfläche verhältnissmässig sehr gering ist, so hält es Helmholtz für nothwendig, überdies noch eine die Aequatorial-Ebene nach vorn wölbende Kraft anzunehmen, um die Erscheinungen der accommodativen Formveränderung der Linse vollständig zu erklären. Als solche kann aber die Wirkung der Iris oder eine veränderte Blutvertheilung (ein erhöhter hydrostatischer Druck) als das wahrscheinlichste angenommen werden.

Gräfe's Archiv für Ophthalmologie Bd. I. Abth. 2. S. 71 u. f.

(17) Allgm. Encyklopäd. d. Physik von G. Karsten Bd. IX. (Physiolog. Optik von Helmholtz) S. 72.

(18) Chossat hat bei verschiedenen Thieren eine grössere Anzahl Linsenschichten gemessen, welche die allmälige Zunahme des Brechungsindex gegen die Mitte der Linse deutlich zeigen. — An einer Elephanten-Linse hat er neun Linsen-Schichten messen können, deren Indices wir beispielshalber hier anführen wollen. — Er fand:

1,369.
1,387.
1,405.
1,415.
1,424.
1,430.
1,432.
1,436.
1,450.

Chossat hat sich — wiewohl ohne Erfolg — viel Mühe gegeben, auf Grund solcher Messungen irgend ein Gesetz für das zunehmende Brechungsvermögen ausfindig zu machen; doch glaubt er den Mangel an Erfolg der unvollkommenen Messungsmethode zurechnen zu müssen.

Wir wollen hier noch die zu Abschn. II. 11. gehörige Bemerkung hinzufügen, dass der Brechungsindex der menschlichen Linsenkapsel nach Chossat in der Biblioth. univers. a. a. O. S. 28.

$$= 1{,}359$$

angegeben wird; während nach den beiden anderen Auszügen seines Mémoire dieser Index:

$$= 1{,}35$$

ist.

Auch möge hier noch die Beschreibung des Experimentes, wonach der Glaskörper eine verhältnissmässig geringe Durchsichtigkeit besitzen soll, mit den Worten des Auszuges angeführt werden:

Une excellente lunette polyalde de M. Cauchoix fut ajustée sur un objet de cent mètres environ; l'interposition au devant de l'objectiv d'une cuve en glace, à faces exactement parallèles, ne fit que changer la distance focale tant que la cuve resta vide; mais y ayant placé un corps vitré de boeuf qui la remplissait en grande partie, il ne fut plus alors possible d'obtenir un image nette du point de mire, quelles que fussent les variations que l'on produisit dans la distance focale de l'instrument. Un examen plus approfondi du phénomène fit voir qu'il tenait au prolongemens de l'hyaloide dans le vitré, car l'interposition de la même cuve pleine de l'humeur isolée de la membrane par filtration n'a plus produit la perte de transparence ci-dessus. (Biblioth. univers. l. c. p. 29.)

(19) Heinr. Müller. Anatomisch-physiologische Untersuchungen über die Retina. 1856. S. 84.

Will man die Annahme nicht gelten lassen, dass die fovea centralis das ganze Gebiet des vollkommen deutlichen centralen Sehens umfasse, dann müsste zunächst wohl dem gelben Flecke diese Rolle zugetheilt werden.

Die Grösse des gelben Fleckes lässt sich aber sehr oft gar nicht genauer bestimmen. Man findet gewöhnlich eine intensiv gelber gefärbte Stelle, welche kleiner als eine Linie zu sein pflegt, und um diese einen schwächeren gelblichen Hof, der sich bedeutend weiter erstreckt und ganz allmälig verliert. — Die gelbe Färbung ist bekanntlich an den frischesten zur Untersuchung gekommenen menschlichen Augen immer gefunden worden. Nach Pacini's Angabe soll sie sich aber durch Imbibition nach dem Tode weiter ausbreiten.

Die Form des gelben Fleckes ist in der horizontalen Richtung etwas ausgedehnter. — Ueber seine Grösse finden wir folgende Angaben:

	horizontaler	vertikaler	schwach gelber Hof horizontal.	vertikal.
	Durchmesser.			
Heinrich Müller	0,88 mm.	0,53 mm.	2,1 mm.	0,88 mm.
	0,39‴	0,23‴	0,93‴	0,39‴
	1,5 mm.	0,8 mm.		
	0,66‴	0,35‴		
Kölliker	1,44‴	0,36‴		
E. H. Weber	0,338‴			

Ueber die Grenzen des Bezirks am gelben Fleck, wo blos Zapfen stehen, fehlen bis jetzt noch die genaueren Messungen. Doch dürfen wir hoffen, über die Topographie des gelben Fleckes durch Heinr. Müller noch nähere und genauere Aufschlüsse zu erhalten.

Vergl. Anat.-physiol. Untersuchungen über die Retina v. Heinr. Müller S. 83.

(20) Eine besondere Erwähnung verdient die Arbeit von Ludwig Moser: „Ueber das Auge“ (in Dove's Repertor. d. Physik. Bd. V. 1844. S. 337 [S. 289]). Moser benutzt die dioptrischen Formeln von Bessel, welche zunächst nur für die Berechnung dioptrischer Instrumente bestimmt sind, und bemerkt, man könne das Auge aus drei Linsen bestehend annehmen, welche sich berühren, und von denen die erste durch die Cornea und die vordere Fläche der Linse begränzt wird, die zweite die Linse selbst ist, und die dritte durch den Glaskörper gebildet wird.

Die numerischen Werthe, welche er seinem Auge zu Grunde legt, sind folgende:

$$r^0 = 3{,}390$$
$$d' = 1{,}531 \qquad n' = 1{,}3366$$
$$r' = 3{,}153$$
$$d'' = 2{,}040 \qquad n'' = 1{,}3839$$
$$-r'' = 2{,}251$$
$$n''' = 1{,}3360.$$

Nennen wir mit ihm die Entfernung des Objects a, die Entfernung des conjugirten Bildes b, beides gerechnet von der Vorderfläche der Hornhaut, dann findet sich:

a	b
∞	11,094 Lin.
4,3 Zoll	12,947 Lin.

worin, wie Moser selbst zugesteht, die Werthe von b grösser sind, als sie den besten Messungen zufolge angenommen werden dürfen.

Moser bemerkt ferner noch (S. 349): „Sollte man es zu annähernden Rechnungen bequemer finden, eine einzige brechende Fläche, die Cornea, anzunehmen, so könnte dies geschehen, wenn man den Radius derselben, 3,39‴, beibehielte, der Substanz aber einen Brechungsindex $n = 1{,}4416$ beilegte, welches eine genügende Uebereinstimmung gewährt.“

(21) Wollte man genauer die vernachlässigte Hornhautbrechung corrigiren, dann müsste zu der ersten oder vorderen Brennweite jedesmal noch die Entfernung der (coïncidirenden) Hauptpunkte von der Vorderfläche hinzugezählt werden, oder es müsste ein anderer und zwar noch kleinerer Brechungsindex für den Uebergang des Lichtes aus der Hornhaut in die Luft, als für den Uebergang aus der Luft in die Hornhaut angenommen werden.

Eine so complicirte Correction würde freilich die Vortheile der Vereinfachung nicht füglich in Anspruch nehmen können. Wenn also die vernachlässigte Hornhautbrechung eine Vereinfachung mit sich bringen soll, dann muss die dritte Decimalstelle des Brechungsindex um eine oder einige Einheiten erniedrigt, auf die Genauigkeit der vierten Stelle aber gänzlich Verzicht geleistet werden.

(22) Wir wollen nicht unterlassen hier anzuführen, dass Helmholtz die Vernachlässigung der Hornhautbrechung durch einen neuen und sehr wichtigen Grund zu rechtfertigen sucht. Er bemerkt nämlich, dass vor der Hornhaut noch eine unendlich dünne Schicht Thränenflüssigkeit anzunehmen sei. Die Brechung in dieser Schicht, an welcher die Differenz der Brechungsquotienten am grössten ist, muss offenbar auch für die weiteren Brechungen von der grössten Bedeutung sein. Nimmt man nun an, dass die Thränenflüssigkeit und das Kammerwasser einerlei Brechungsindex haben, dann würde die Vernachlässigung der Brechung in der Hornhaut einen weit geringeren und in der That kaum zu berücksichtigenden Fehler bedingen. Wir haben uns inzwischen dieser Anschauungsweise noch nicht unbedingt angeschlossen, theils weil wir über den Brechungsindex der Thränenflüssigkeit keine bestimmten Messungsangaben gefunden, und darum dessen Gleichsetzung mit dem Index des Kammerwassers noch als Hypothese anzusehen haben, theils weil wir die Gelegenheit nicht unbenutzt lassen wollten, die Verhältnisse der Hornhautbrechung nach der bisherigen Anschauungsweise einer genaueren Betrachtung zu unterwerfen. Uebrigens läuft auch unsere Rechnung — wie sich aus dem weiteren Gange der Untersuchungen ergeben wird — auf eine endliche Vernachlässigung der Hornhautbrechung hinaus.

Allgm. Encyclopäd. d. Physik v. G. Karsten Bd. IX. (Physiolog. Optik von Helmholtz) S. 70.

(23) Um in erster Approximation die Abweichung wegen der Kugelgestalt mit in Rechnung zu bringen, bedienen wir uns solcher Formeln, welche den Gauss'schen nachgebildet sind.

Die Bedingung (Abschn. I. 4):

$$\frac{\sin. \lambda}{\sin. \lambda'} = 1$$

wird beibehalten, d. h. es wird noch vorausgesetzt, dass der einfallende sowohl

wie auch der gebrochene Lichtstrahl mit der Axe des Systems nur sehr kleine Winkel einschliessen. Dagegen wird nicht mehr zugelassen:

$$R\ (1-\cos\ \Theta) = 0,$$

sondern dafür sein jedesmaliger bestimmter Werth in die Gleichung eingeführt. Bezeichnen wir nun die Werthe, welche wir früher mit b, g, h, k, l, f, p.... bezeichnet haben, zur Unterscheidung für den Fall der sphärischen Abweichung mit $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{h}$, $\mathfrak{k}$, $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{p}$...., dann werden wir erhalten:

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{b}',$$

und ferner:

$$\beta' = \beta^0 + \frac{n - n'}{R\ \cos.\ \Theta}\ \mathfrak{b}.$$

Woraus für eine einmalige Brechung die mit dem Werthe von cos. Θ variablen Grössen:

$$\mathfrak{g} = 1$$

$$\mathfrak{h} = 0$$

$$\mathfrak{k} = -\frac{n' - n^0}{R\ \cos.\ \Theta}$$

$$\mathfrak{l} = 1$$

gefunden werden.

Hieraus ergeben sich die sehr einfachen Relationen:

$$\mathfrak{f}' = \frac{n'\,R\ \cos.\ \Theta}{n' - n} = f'\ \cos.\ \Theta$$

$$\mathfrak{f} = \frac{R\ \cos.\ \Theta}{n' - n} = f\ \cos.\ \Theta$$

und

$$\mathfrak{p}' = \frac{\mathfrak{p}\,\mathfrak{f}'}{\mathfrak{p} - \mathfrak{f}}$$

und

$$m = \frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{f} - \mathfrak{p}}.$$

Will man die Werthe der Entfernungen $\mathfrak{f}'$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{p}'$, $\mathfrak{p}$ von dem Anfangspunkte der Trennungsfläche kennen, dann muss selbstverständlicherweise der jedesmalige Werth von R (1 — cos. Θ) jenen Grössen hinzuaddirt werden.

(24) Der Brewster'sche Brechungsindex des Krystall-Linsenkernes findet sich in vielen Büchern (Treviranus, Fechner, Volkmann, Stellwag) irrthümlich = 1,3999 angegeben. In dem Originalaufsatze von Brewster (Edinburgh. Phil. Journ. Vol. I. 1819.) kommt allerdings diese Zahl einmal vor, doch lässt sich aus dem Aufsatze selbst sehr leicht entnehmen, dass dieselbe auf einem Druckfehler beruhen muss, die andere Angabe dagegen, wonach dieser Index = 1,3990 ist, die richtige sei. — Diese letztere Zahl findet sich auch in dem viel später erschienenen Werke: A Treatise on optics by David Brewster. London 1831. p. 289.

(25) Die vier Werthe, welche sich aus den (Abschn. I. 15) angegebenen Formeln berechnen lassen, unter der Voraussetzung, dass:

$$n^0 = 1,3366$$
$$n^* = 1,3394$$

(nicht wie dort angenommen wurde $n^0 = n^* = 1$) sei, sind:

$$1, \quad n = 1,43907$$
$$2, \quad n = 1,43506$$
$$3, \quad n = 1,43932$$
$$4, \quad n = 1,44001.$$

Diese Zahlen zeigen, dass die Fiction einer homogenen Linsensubstanz zulässig sei, wenn man auf die dritte Decimalstelle des Brechungsquotienten der Krystall-Linse Verzicht leistet. In dem vorliegenden Fall würde unter diesen Umständen der Index

$$n = 1,44$$

gewählt werden können.

(26) Es wird vielleicht gut sein, das Verhalten der Linsenschichtung noch an einem zweiten Beispiele zu zeigen, zumal da jene Krause'sche Linse von etwas ungewöhnlicher Form ist.

Wir wählen dazu die Linse des Auges I. nach Treviranus, von welcher ebenfalls ziemlich detaillirte Messungsangaben vorliegen, die wir in nachfolgender Weise theils berichtigen, theils willkührlich ergänzen, um die zur Berechnung erforderliche Vollständigkeit der Daten zu gewinnen.

Es sei:

		$n^0 = 1,3366$
$r^0 = 2,70$		
	$d' = 0,3$	$n' = 1,3767$
$r' = 2,40$		
	$d'' = 0,2$	$n'' = 1,3786$
$r'' = 2,20$		
	$d''' = 0,8$	$n''' = 1,3990$
$-r''' = 1,29$		
	$d'^{v} = 0,2$	$n'^{v} = 1,3786$
$-r'^{v} = 1,49$		
	$d^{v} = 0,7$	$n^{v} = 1,3767$
$-r^{v} = 2,19$		
		$n^* = 1,3394$

Hieraus lässt sich berechnen:

$$g = 0,9532116$$
$$h = 1,5736632$$
$$k = -0,05787596$$
$$l = 0,9535373,$$

und ferner:

f	f^*	$-e$	$-e^*$	λ
23,0942	23,1426	1,0961	1,0828	0,0211.

Wollte man eine solche Linse unter der Voraussetzung einer gleichartigen oder homogenen Beschaffenheit berechnen, und ihr Brechungsvermögen dem Brechungsvermögen der Kernsubstanz gleichsetzen; mithin unter folgenden Voraussetzungen:

$$n^0 = 1{,}3366$$

$$r^0 = 2{,}70 \qquad d = 2{,}2 \qquad n' = 1{,}3990$$

$$r' = 2{,}19 \qquad n^* = 1{,}3394,$$

dann würde man finden:

f	f*	— e	— e*	λ
27,0914	27,1482	1,1594	0,9866	0,0539.

Es würde daher bei dieser Linse und unter diesen Voraussetzungen die Brennweite ungefähr um vier Lin. zu lang werden; dagegen wenn man

$$n' = 1{,}40977$$

setzt, würde man erhalten:

f	f*	— e	— e*	λ
23,0952	23,1436	1,1580	0,9787	0,0632,

was mit den zuerst gefundenen Werthen ziemlich gut übereinstimmt.

(27) Um die optischen Veränderungen zu zeigen, welche durch die accommodative Formveränderung der Linse bedingt werden, wollen wir noch die beiden von Helmholtz gemessenen Linsen als Beispiel nehmen.

Wir setzen den Brechungsindex des Kammerwassers und des Glaskörpers

$$n^0 = n^* = 1{,}34.$$

Den Brechungsindex der Linsensubstanz:

$$n' = 1{,}44.$$

Das Auge, welches Helmholtz mit OH. bezeichnet, soll hier I., dasjenige, welches er BP nennt, hier II. genannt werden. Uebertragen wir nun die in Millimeter gemessenen Grössen — um mit unseren früheren Berechnungen conform zu bleiben — auf das Paris. Maass (0,4433 P. Lin. = 1 mm.), dann haben wir folgende Rechnungsvorlagen bei der Accommodation in die Ferne:

	I		II	
	Millim.	Par. Lin.	Millim.	Par. Lin.
r^0	11,9	5,2753	8,8	3,9010
r'	5,83	2,5844	5,13	2,2741
d	3,414	1,5134	3,801	1,6850

und folgende Rechnungsvorlagen bei der Accommodation für die Nähe, wenn wir nämlich die wirkliche Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes als Zuwachs der Linsendicke berechnen, und den Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche nach Helmholtz's Schätzung um $^1/_{12}$ seiner Länge verkleinern:

	I		II	
	Millim.	Par. Lin.	Millim.	Par. Lin.
r^0	8,6	3,8124	5,9	2,6155
r'		2,3690		2,0846
d	3,774	1,6730	4,241	1,8800.

Aus diesen Vorlagen lässt sich die Lage der Haupt- und Brennpunkte, welche wir nach gewohnter Weise bezeichnen, folgendermaassen berechnen:

für die:		f	$-e$	$-e^*$	λ
I.	Ferne	23,5588	0,9580	0,4693	0,0860
	Nähe	19,9536	0,9786	0,6081	0,0864
II.	Ferne	19,6225	1,0097	0,5886	0,0868
	Nähe	15,9836	1,0013	0,7981	0,0806.

(28) Obwohl der Nachweis der vollkommenen Uebereinstimmung dieser Formeln mit den früher benützten keine Schwierigkeiten hat, so wird es doch vielleicht gut sein, diesen Nachweis hier nachträglich noch zu geben.

Es sei also zu berechnen ein System dreier trennenden Oberflächen, in welchem das zweite und das letzte Mittel gleiche Brechungsexponenten haben. Es wird alsdann nach unserer bereits hinreichend bekannten Bezeichnungsweise sein:

$$u^0 = -\frac{n' - n^0}{r^0}; \quad t' = \frac{N' - N^0}{n'} = \frac{d'}{n'}$$

$$u' = -\frac{n'' - n'}{r'}; \quad t'' = \frac{N'' - N'}{n''} = \frac{d''}{n''}$$

$$u'' = -\frac{n' - n''}{r''};$$

Die Constanten des Systems, nach fortlaufenden Trennungsflächen berechnet, werden:

$$g = u^0 t' u' t'' + u^0 t'' + u' t'' + u^0 t' + 1$$
$$h = t' u' t'' + t'' + t'$$
$$k = u^0 t' u' t'' u'' + u^0 t'' u'' + u' t'' u'' + u^0 t' u'' + u'' + u^0 t' u' + u^0 + u'$$
$$l = t' u' t'' u'' + t'' u'' + t' u'' + t' u' + 1.$$

Bezeichnen wir nun die correspondirenden Ausdrücke für den vereinfachten Weg, welchen wir eingeschlagen haben, in folgender Weise:

$$U^0 = -\,{}^1\!/\varphi^0; \quad T' = \frac{E' - N^0}{n'}$$

$$U' = -\,{}^1\!/\varphi'.$$

Dann würden daraus die Constanten gefunden werden:

$$G = U^0 T' + 1$$
$$H = T'$$
$$K = U^0 T' U' + U^0 + U'$$
$$L = T' U' + 1.$$

Zunächst soll nun bewiesen werden, dass die Brennweite nach beiden Rechnungsmethoden gleich gross, oder dass

$$k = K$$

wird. Wenn wir aber die Constanten der Krystall-Linse im Innern des Auges, oder dasjenige Element unseres dioptrischen Systems berechnen, welchem folgende Voraussetzungen zukommen:

$$u' = -\frac{n'' - n'}{r'}\,;\quad t'' = \frac{d''}{n''}$$

$$u'' = -\frac{n' - n''}{r''}$$

Dann erhalten wir:

$$\mathbf{g} = u't'' + 1$$
$$\mathbf{h} = t''$$
$$\mathbf{k} = u't''u'' + u' + u''$$
$$\mathbf{l} = t''u'' + 1.$$

Es ist daher:

$$-\,{}^1\!/\varphi' = \frac{\mathbf{k}}{n'} = \frac{u't''u'' + u' + u''}{n'} = U'.$$

Noch leichter ist es, zu zeigen, dass:

$$-\,{}^1\!/\varphi^0 = \frac{u^0}{n'} = U^0.$$

Aber $E' - N^0$, d. h. der Abstand des ersten Hauptpunktes des zweiten Elementes von der ersten Trennungsfläche ist offenbar:

$$E' - N^0 = d' - \frac{n'\,(1-\mathbf{l})}{\mathbf{k}}$$
$$= d' + u''t''\varphi',$$

und wenn wir

$$n' = 1$$

setzen, ist:

$$T' = t' + u''t''\varphi' = t' + u''t''\left(\frac{1}{u't''u'' + u' + u''}\right)$$
$$U^0 = u^0$$
$$U' = u't''u'' + u' + u''.$$

Berechnet man mit diesen Werthen den Ausdruck

$$K = U^0T'U' + U^0 + U',$$

so wird man finden, dass er mit dem für k gefundenen gleichbedeutend ist.

Vergleicht man in derselben Weise noch die übrigen Constanten, dann wird man noch finden:

$$l = L,$$

woraus folgt, dass auch

$$\frac{n^0\,(1 - l)}{k} = \frac{n^0\,(1 - L)}{K}$$

d. h. die Entfernung des ersten Hauptpunktes des ganzen Systems von dessen erster Trennungsfläche wird nach beiden Rechnungsmethoden gleich gross.

Dagegen wird:

$$\frac{n'\,(1 - \mathbf{g})}{\mathbf{k}} + \frac{n'\,(1 - G)}{K} = \frac{n'\,(1 - g)}{k},$$

wovon man sich durch Substitution der expliciten Grössen für die Constanten

leicht überzeugen kann. Die Lage des zweiten Hauptpunktes, gerechnet nach der vereinfachten Methode, und bezogen auf den zweiten Hauptpunkt des zweiten Elementes, fällt demnach mit dem nach fortlaufenden Trennungsflächen berechneten zweiten Hauptpunkte des ganzen Systems ebenfalls genau zusammen; q. e. d.

(29) In Arlt's Lehrbuch „ die Krankheiten des Auges“ Bd. III. Abthl. 2 S. 238. findet sich folgende Uebersicht einiger Dimensionen von vier im Leben beobachteten, kurzsichtigen menschlichen Augen. Die Messungen sind in Wien. Maass angegeben und können — nach einer mündlichen Mittheilung des Verfassers — bis auf 1/4‴ als genau angesehen werden.

Name und Alter	F. Sch. 72 J.	F. Macha 38 Jahr	Jos. Fabian 36 J.	Anna F. 53 Jahr
Stand	Med. Dr.	Kattun-drucker.	Zimmerwich-ser.	Professors-gattin.
Nummer der letzt benützten Gläser	14″	10″	7″	3 1/2″
Aeussere Augenaxe (Sehaxe)	R L = 12‴	R = 12 1/2‴ L = 13‴	R L = 12 1/2‴	R = 14‴ L = 13 1/2‴
Tiefe der Augenkammer	R L = 1‴	R = 1 1/4‴ L. n. gemes.	R = 1 1/4‴ L n. gemes.	R = 1 1/4‴ L n. gemes.
Achse der Linse	nicht gemessen	R = 1 3/4‴	R = 1 7/8‴	R = 1 3/5‴.

Hierdurch ist der anatomische Nachweis einer ziemlich beträchtlichen, pathologischen Verlängerung der optischen Axe bei gleichzeitig vorhandener Myopie an vier Augen gegeben, doch darf man deshalb noch nicht annehmen, dass jede Myopie durch Verlängerung der optischen Axe bedingt sei.

(30) Kölliker's Handbuch der Gewebelehre 1852. S. 604.

Nach Heinr. Müller beträgt der Durchmesser der Zapfen am gelben Fleck etwa

0,004 mm.

das ist:

0,00177 P. Lin.

die Dicke der Stäbchen an derselben Stelle schätzt er auf:

0,0015 mm. bis 0,0018 mm.

das ist:

0,00066 P. Lin. bis 0,00080 P. L.

Heinr. Müller, Anatom.-physiolog Untersuchungen über die Retina 1856. S. 47. 49.

(31) Die Stäbchenschicht der Retina war schon im J. 1835 von Treviranus, Gottsche und Henle, als Endigungen der Nerven, die Stäbchen selbst als Nervenpapillen aufgefasst worden. — Bidder und besonders Han-

nover läugneten aber den Zusammenhang zwischen Retina und Stäbchen. Ueberdies verlegten Hannover und später auch Brücke die feinen Ausläufer der Stäbchen irrigerweise nach aussen. Dies wurde die Veranlassung einer besonderen Hypothese, wonach die Stäbchenschicht als ein katoptrischer Apparat des Auges anzusehen sei. Heinr. Müller und Kölliker stellten dagegen die, wie es scheint, auf unwiderlegliche Argumente begründete Ansicht auf: dass die Stäbchenschicht als die für Licht empfängliche anzusehen sei (Würzb. Verhandlungen 1852 und Sitzungsber. S. XVI. — Zur Anatomie und Physiologie der Retina von A. Kölliker. — Anatom. - Physiol. Untersuchungen über die Retina 1856 v. Heinr. Müller). Heinr. Müller hob zuerst die Uebereinstimmung von Netzhautbildern der kleinsten wahrnehmbaren Distanzen mit der Grösse der Zapfen am gelben Fleck als besonders wichtiges Argument hervor.

(32) Die Versuche des Prof. Stampfer finden sich gelegentlich mitgetheilt in den Jahrbüchern des k. k. polytechn. Institutes in Wien B. 18. S. 225.

Stampfer zog mit Hülfe einer Vorrichtung, ähnlich derjenigen, mit welcher an der Kreistheilmaschine die Theilstriche gezogen werden, mehrere äusserst feine Striche auf einer matten Silberplatte in Distanzen von halben zu halben Linien. Die Breite dieser Striche wurde unter einem Mikroskope des Komparators sehr genau gemessen.

Von seiner darüber mitgetheilten Tabelle geben wir nur die Werthe der drei letzten Striche:

Nr.	Dicke der Striche	Sehwinkel im Abstande von 8 Zoll
7	0,00096 Lin.	2,1 Sekund.
8	0,00062 „	1,4 „ „
9	0,00037 „	0,8 „ „

„Von diesen Strichen“ — sagt Stampfer — „werden die ersten sieben mit Bestimmtheit von Jedermann in der besten Gesichtsweite gesehen, der achte aber nur bei günstiger Stellung gegen das Licht, und wenn man auf sein Dasein schon aufmerksam gemacht ist; der neunte Strich aber wird von fehlerfreien Augen gar nicht mehr, wohl aber von sehr kurzsichtigen, jedoch übrigens gesunden Augen noch wahrgenommen.“

Das Einzige, was wir an diesen Versuchen mangelhaft finden, ist dieses, dass — wie es scheint — der Abstand vom Auge in jedem einzelnen Versuche nicht gemessen, sondern nur nachträglich in Pausch und Bogen zu acht Zoll veranschlagt wurde. Hieraus musste jedoch für die Winkelberechnung offenbar eine sehr beträchliche Ungenauigkeit hervorgehen.

Wenn es sich darum handelt, ein sehr kleines Object genau zu sehen, dann bringt man dasselbe schon unbewussterweise möglichst nahe an das Auge heran, um ein möglichst grosses Netzhautbild zu erhalten: man bringt es unmittelbar in den Nahepunkt. Nun liegt aber der Nahepunkt gesunder Augen der Hornhautfläche viel näher als acht Zoll; er liegt vielleicht in sechs oder sogar fünf Zoll Entfernung, woraus sich für den achten Strich ein Sehwinkel, nicht von der angegebenen Grösse, sondern von etwa 2 Sekunden berechnen lässt.

Noch auffallender erscheint die Unrichtigkeit bei dem neunten Strich, der nach des Verfassers eigener Angabe nur von sehr kurzsichtigen, wiewohl übrigens gesunden Augen noch wahrgenommen werden kann. — Der Grund, warum nur Kurzsichtige den neunten Strich noch wahrnehmen konnten, besteht aber ohne Zweifel einzig und allein darin, dass sie das Objekt dem Auge vielleicht auf vier, oder sogar auf drei Zoll nähern konnten, wodurch ein relativ grösseres Netzhautbild gewonnen wird, ohne dass darum der Sehwinkel abnimmt, wenn nicht gleichzeitig eine grössere Sehschärfe vorhanden ist.

(33) Ob das normale Auge für unendliche Ferne wirklich adaptirbar sei, oder nicht, darüber lässt sich nach den bisherigen Erfahrungen und Versuchen noch Nichts Gewisses behaupten. Doch glaube ich, durch einen sehr einfachen und leichten Versuch zeigen zu können, dass das normale Auge in seinem Ruhezustande nicht — wie man bisher gewöhnlich anzunehmen pflegte — für unendliche Ferne, sondern nur für die Entfernung weniger Fuss adaptirt sei; vorausgesetzt, dass man zugeben wolle, es befinde sich das geschlossene und mithin nichts fixirende Auge im Ruhezustande.

Man fixire irgend ein Object, so lange bis man ein dauerndes Nachbild oder noch besser ein Blendungsbild von demselben im Auge erregt hat. Ein solches Nachbild wird bekanntlich grösser oder kleiner, je nachdem man in die weite Ferne oder in die Nähe sieht. Schliesst man das Auge, dann behält das Nachbild ziemlich genau einerlei Grösse. Schliesst man das Auge und öffnet es abwechselnd, indem man sich z. B. einer weissen Wand so lange nähert, bis das mit verschlossenen Augen und das mit offenen Augen auf der weissen Wand gesehene Nachbild von gleicher Grösse sind, dann lässt sich annehmen, dass die Adaptionsweite des verschlossenen Auges gerade so gross sei, wie die Entfernung, in welcher man sich jetzt vor der weissen Wand befindet. Es lässt sich zwar nicht läugnen, dass die auf solche Weise ausgemittelte Entfernung bei wiederholten Versuchen nicht immer genau gleich gross gefunden wird, weil bei verschlossenen Augen der Versuch von der Imagination eines bestimmten Fixationspunktes nicht ganz frei gemacht werden kann; doch wird man sich leicht überzeugen, dass diese Entfernung nicht eben sehr gross, am gewissesten aber nicht unendlich gross sei.

An meinem eigenen Auge finde ich diese Entfernung meistens etwa drei Fuss gross, zuweilen grösser, aber selten oder niemals noch grösser als sechs Fuss. Ich glaubte auf Grund dieser Versuche die stabile Adaption des Auges in drei Fuss Entfernung verlegen zu dürfen.

(34) Die älteren Schriftsteller waren darin zwar ziemlich einig, dass der Netzhaut, deren unmittelbarer Zusammenhang mit dem Gehirn nicht unbeachtet blieb, eine wichtige Rolle bei dem Sehakt zugetheilt sei; allein eine gewisse Unsicherheit, ob nicht die Linse uud selbst der Glaskörper Theil nehmen an dem Akte der Empfindung, schimmert fast bei allen (Alhazen, Vitellio, Galenus, Roger Bacon) noch unverkennbar durch. Es scheint, als ob sie der Ansicht seien, dass der Sehakt in dem Krystallkörper beginne, und durch den

Glaskörper bis zur Retina fortgepflanzt werde (Retina crystallini alterationes sentit. Galen.), was zwar in gewissem Sinne nicht unrichtig aber noch sehr unklar ist. — Elf Jahre vor dem Erscheinen der Keplerschen Dioptrik, findet sich von Fabricius ab Aquapendente (1600) die Ansicht noch auf das Angelegentlichste vertheidigt, dass nicht die Retina, sondern die Krystall-Linse, die eigentliche, wahre Urheberin des Sehaktes sei (crystallinum esse visionis auctorem), die Retina dagegen, obwohl im Allgemeinen mit sensitiver Fähigkeit begabt, sei doch für die Wirkung des Lichtes unempfindlich, da sie selbst undurchsichtig (nequaquam diaphranam), das Licht aber nur auf durchsichtige Körper einwirke (nihil a luce affici nisi corpus quod diaphanum est). Wenn aber das Licht auf die Netzhaut nicht wirke, dann sei auch nicht möglich, dass sie das Licht empfinde. Die Netzhaut sei daher hauptsächlich dazu, da um die Empfindung der Krystall-Linse dem Gehirn zuzuleiten.

(Hier. Fabr. ab Aquapendente lib. de visione (1600) pars II. c. 7).

Erst bei Kepler findet es sich auf das Deutlichste und Entschiedenste ausgesprochen, dass das Entstehen eines umgekehrten Bildes der Aussenwelt auf der concaven inneren Wand des Auges unerlässliche Bedingung des Sehaktes sei. (Visio igitur fit per picturam rei visibilis ad album Retinae et cavum parietem et quae foris dextra sunt ad sinistrum parietis latum, quae sinistra sunt ad dextrum etc.) (Joan. Keplerus (1611) Paralipomena ad Vitellionem c. 5 de modo visionis pag. 170 und ebenso deutlich an manchen andern Stellen seiner Dioptrice). Vergl. auch Scheiner de oculo lib. II. pars II. cap. 15 (p. 116), woselbst sich eine ausführliche Zusammenstellung der älteren Ansichten über den Sitz des lichtempfindenden Organes vorfindet.

(35) Christoph. Scheiner, de Oculo. Oeniponti 1619. lib. I. pars I. cap. 7. Oculi humani eiusque partium magnitudo.

(36) Hieron. Fabr. ab Aquapendente, lib. de Visione. pars III. cap. 8. (1600). Der Augendurchschnitt trägt die Unterschrift: Habebunt enim curiosi indagatores operum naturae ubi multa contemplari possint.

(37) Humanus enim oculus excisus in manus necdum venit. Scheiner l. c. cap. 9. Später aber (1625) hat er zu Rom an einem menschlichen Auge den experimentellen Beweis geliefert, dass die optischen Bilder wirklich auf der Netzhaut selbst entworfen werden.

(38) Literarische Uebersicht der verschiedenen Arbeiten über die Krümmungen, Dimensionen und Brechungsverhältnisse der lichtbrechenden Medien des menschlichen Auges.

Petit, Histoire de l'acad. roy. des sciences.

Année 1723. — Mémoire sur les yeux gelés dans lequel on détermine la grandeur des chambres qui renferment l'humeur aqueuse par. M. Petit médecin.

Année 1728. — Différentes manières de connaitre la grandeur des chambres de l'humeur aqueuse dans les yeux de l'homme par. M. Petit.

Année 1730. — Mémoire sus le cristalin de l'homme, des animaux à quatre pieds, des oiseaux et des poissons par M. Petit médecin.

Andere hiehergehörige Notizen finden sich noch zerstreut in seinen übrigen zahlreichen Memoiren.

Jurin, Smith a complet System of Optics. Cambridge 1738. Vol. II. Essay upon distinct and indistinct Vision by James Jurin.

Helsham, a course of lectures on Natural Philosophy. London 1739.

Wintringham, Experimental Jnquiry on some parts of the animal structure. London 1740.

Th. Young, Philos. Transact. 1801.
On the Mechanism of the eye By Thomas Young M. D. F. R. S. Art. VI. p. 38.

D. W. Sömmering, De oculorum hominis animaliumque Sectione horizontali. exh. Detmar. Wilh. Sömmering cum IV. tab. aeneis. Götting. 1818.

Treviranus, Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Sinneswerkzeuge des Menschen und der Thiere v. Treviranus. Erstes Heft. Bremen 1828. — Abschn. II. Dimensionen und strahlenbrechende Kräfte des menschl. und thier. Auges.
— Biologie von Treviranus Bd. VI. §. 459.

C. Krause, Meckel's Archiv für Anatomie und Physiolog. Bd. VI. 1832.
Einige Bemerkungen über den Bau und die Dimensionen des menschlichen Auges von C. Krause, Prof. in Hannover.
— Poggendorff Annalen Bd. 31. 1834. Ueber die gekrümmten Flächen der durchsichtigen Theile des Auges von C. Krause, Prof. in Hannover; (enthält eigentlich nur die Anzeige der in Meckel's Archiv bereits bekannt gemachten Abhandlung), dann die Fortsetzung davon in:
— Poggendorfs Annalen Bd. 39. 1836. (worin die ausführlichsten Messungsangaben über acht menschliche Augen enthalten sind).

Kohlrausch, Isis. Encyclop. Zeitschrift v. Oken 1840. Heft 11 u. 12. S. 886.
Ueber die Messung des Radius der Vorderfläche der Hornhaut am lebenden menschlichen Auge von Dr. R. Kohlrausch aus Rinteln.

Senff, R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. Bd. III. Art. Sehen von Volkmann. S. 271. 1846.

Engel, Prager Vierteljahrschrift 1850. Bd. I. S. 167.
Zur Physik des Auges von Prof. Jos. Engel.

Brewster, Edinburgh Philosoph. Journal. Vol. I. 1819. Experiments on the structure and refractive power of the coats and humours of the human eye. By David Brewster L. L. D. F. R. S.
(an account of the experiments contained in this paper was read before the Royal Society of Edinburgh on the 3 th. of Febr. 1817.)

Chossat, Bulletin des sciences par la société philomathique de Paris. 1818. p. 94.
Extrait d'un mémoire sur le pouvoir réfringent des milieux de l'oeil. par M. Chossat.
— Bibliothèque universelle. Redigée à Genève Tom. IX. 1818. p. 26.
Extrait d'un mémoire sur le rapport de réfraction des milieux de l'oeil, présenté

à la société philomathique de Paris, par M. Chossat de Genève (article communiqué),

— Annales de Chimie et de Physique par M. M. Gay Lussac et Arago Tom. IX. 1818. p. 217.

Extrait d'un mémoire sur le pouvoir réfringent des milieux de l'oeil. par M. Chossat de Genève.

W. Krause. Die Brechungsindices der durchsichtigen Medien des menschlichen Auges. Hannover 1855.

Helmholtz. Archiv für Ophthalmologie. Bd. I. Abth. 2. Berlin 1855.

Ueber die Accomodation des Auges von H. Helmholtz.

— Allgemeine Encyclopädie der Physik. Herausg. v. G. Karsten. Bd. IX. 1856. (Physiologische Optik von H. Helmholtz.)

(39) Um die Existenz oder Nichtexistenz einer hinteren Augenkammer zu ermitteln, und gleichfalls — wie auch Petit — durch eine bessere Kenntniss des wahren Sitzes der Katarakt dazu angeregt, hatten vor ihm schon Morgagni und Heister und etwa gleichzeitig, oder doch bald nach ihm Winslow dergleichen Messungen an gefrorenen Augen unternommen. Doch sind die Petit'schen Messungen die genauesten und sorgfältigsten und sind mit Recht der Vergessenheit nicht anheimgefallen.

(40) Winslow war der Ansicht, dass die Iris unmittelbar auf der Krystall-Linse aufliege. Bei seinen Versuchen an gefrorenen Augen fand er die Eisschichte in der sog. hinteren Augenkammer so dünn, dass er sich darum noch nicht genöthigt glaubte, jene Ansicht aufzugeben. Hist. de l'acad. des sc. Année 1721. p. 310.

(41) La glace de la chambre postérieure s'est trouvée d'autant plus épaisse que la gelée a été plus forte. Hist. de l'acad. des sc. 1728. p. 289.

(42) Um mit den Angaben anderer Autoren conform zu bleiben, haben wir vorgezogen, hier sowohl, wie auch in den tabellarischen Uebersichten des Anhanges die Werthe in ganzen Par. Lin. und nicht, wie Treviranus gethan, in Zehntheilen der Par. Lin. anzugeben, d. h. wir haben das Komma bei seinen Zahlenangaben um eine Stelle weiter nach links gerückt.

(43) Brücke. Anatom. Beschreibung des menschlichen Augapfels 1847. S. 45. Anm. 11.

(44) Zur Physik des Auges von Prof. I. Engel in der Prager Vierteljahrsschrift f. 1850. B. I. S. 167.

Der Hauptsache nach handelt dieser Aufsatz von der Accommodation des Auges; im Eingange wird aber eine Tabelle über verschiedene an 22 Augen vorgenommene Messungen mitgetheilt, nebst Angabe der Messungsmethode.

Um dem Vorwurfe auszuweichen, als hätten wir ohne genügende Gründe den Werth dieser Messungen so niedrig veranschlagt, wollen wir nur über die Bestimmung der Brechungsexponenten hier nachträglich noch einige Bemerkungen liefern.

S. 170 sagt Engel: „Bei der Bestimmung des Brechungsexponenten gieng ich von folgender Betrachtung aus.“ Es folgen nun dieselben Betrachtungen, welche in dem Bullet. phys. math. de l'acad. de St. Petersburg T. III. p. 232, oder in Poggendorf's Annalen Bd. 65. (1845) nachgelesen werden können, und zwar in dem Aufsatze des Dr. G. Sabler betitelt: Neue Methode zur Bestimmung des Brechungsexponenten durchsichtiger Körper durch weisses farbloses Licht ohne Hülfe des Prisma.

Sabler zeigt in dieser — ganz allgemein gehaltenen — Abhandlung, wie das optische Bild einer Linse (welche auch durch das menschliche Auge repräsentirt werden kann, und welche bei Engel durch das Objectivsystem des Mikroskopes repräsentirt wird) durch das Zwischensetzen einer durchsichtigen Substanz mit planen Seitenflächen eine scheinbare Verrückuug erleide und wie aus der gemessenen Grösse dieser scheinbaren Verrückung der Brechungsexponent der planparallelen Substanz berechnet werden könne.

Sabler nennt die Grösse der scheinbaren Verrückung α, die Dicke der durchsichtigen Substanz β, ihren Brechungsexponenten μ. Der Einfallswinkel wird mit ε, der Brechungswinkel mit ϱ bezeichnet. Zwischen diesen Grössen findet sich nun die einfache Relation:

$$\mu = \frac{\beta}{\beta - \alpha} \left(\frac{\cos\ \varepsilon}{\cos\ \varrho}\right)$$

Von dem in Klammern stehenden Ausdruck wird weiter gesagt, dass er sich erst in der fünften Decimalstelle von der Einheit unterscheide, sobald man dafür sorge, dass der Einfallswinkel kleiner oder doch nicht grösser sei als 1 Grad, und dass er darum vernachlässigt werden könne. Hiernach geht obige Relation in die noch einfachere über;

$$\mu = \frac{\beta}{\beta - \alpha}$$

Genau zu derselben Formel, wiewohl mit veränderter Buchstabenbezeichnung $\left(n = \frac{d}{d - e}\right)$ gelangt auch Engel; nur kommt bei ihm (sonderbarer Weise) der in Klammern stehende Faktor gar nicht zum Vorschein.

Die Methode der Messung besteht nun einfach darin, dass man das zu prüfende Mittel in planparalleler Form unter ein Mikroskop bringt und durch die verschiedenen, mittelst eines Schraubenmikrometers messbaren Einstellungen des Mikroskopes die Grössen d und e bestimmt und daraus n berechnet.

Die sämmtlichen Werthe von d, e und n werden mit vier Decimalstellen angegeben.

Bei dieser Beschreibung wird gewiss Jeder die genauere Angabe einiger sehr wichtiger Punkte vermissen. So wird z. B. nicht gesagt, wie man dafür gesorgt und woran man erkannt habe, dass „die Oberfläche der Flüssigkeit weder convex noch concav,“ sondern wirklich plan wurde, da ja eingestande-

nermaassen: „dieser Umstand die grösste Sorgfalt erforderte“ und — wie wir hinzufügen können — eine Aufgabe von nicht geringer Schwierigkeit war, wenn man gewissenhaft dabei zu Werke gehen wollte. Dann wäre es doch auch billig gewesen zu sagen, wie man es angefangen habe, um von der Hornhaut und von der Linsensubstanz sich planparallele Flächen zu verschaffen. Dass die Hornhaut in ihrer ganzen Dicke zur Messung benutzt worden ist, ersehen wir aus den Tabellen. Wahrscheinlich glaubte Engel, dass man ein kleines Stückchen derselben schon als plan betrachten dürfe, weil sich an einem solchen die Krümmung nicht mehr sehr deutlich erkennen lässt? Die ungemein hohen Brechungsindices der Hornhaut würden dadurch wenigstens eine sehr leichte und einfache Erklärung finden. Wir tragen übrigens — auf Grund der W. Krause'schen Messungen — gar kein Bedenken, die Engel'schen Brechungsindices der Hornhaut durchweg schon in der ersten Decimalstelle für unrichtig zu halten; denn unter den 21. von Engel gemessenen Brechungsexponenten kommen nur zwei vor, welche niedriger sind als 1,4 . . . während der höchste unter den 20 von Krause gemessenen Brechungsexponenten = 1,3586 ist. Die Krause'schen Messungen sind aber, wie wir an einem anderen Orte gezeigt haben, bis auf einige Einheiten der dritten Decimalstelle als richtig zu erachten.

Ein anderer Punkt, über den wir auch wohl Aufklärung hätten erwarten dürfen, betrifft die Vorrichtung zur Messung der mikroskopischen Einstellung. Angenommen aber, die Vorrichtung, deren sich Engel bedient hat, sei bis auf den zehntausendsten Theil einer Par. Lin. fehlerfrei getheilt gewesen, dann blieb noch übrig, den Nachweis zu führen, dass sie auch bis auf denselben Grad der Genauigkeit verwendbar sei, d. h. dass bei 60facher Vergrösserung nach wiederholten Versuchen die Einstellung des Mikroskopes bis auf den zehntausendsten Theil einer Par. Lin. übereinstimmend gefunden werde.

Es wäre sehr leicht gewesen sich darüber Gewissheit zu verschaffen, und vielleicht hat Engel sich selbst Gewissheit darüber verschafft (vielleicht aber auch nicht). Gewiss bleibt nur soviel, dass er dem Leser keinen Aufschluss darüber gibt, denn die gelegentliche und oberflächlich hingeworfene Bemerkung, dass man glaube, die Richtigkeit der Zahlen bis in die dritte Decimalstelle verbürgen zu können, wird wohl Niemand als einen genügenden Aufschluss hinnehmen wollen.

Nach unseren Erfahrungen ist bei 60facher Vergrösserung die zweite Decimalstelle schon keineswegs ganz sicher und um uns auf einen Gewährsmann von anerkannter Zuverlässigkeit zu stützen, wollen wir noch anführen, dass C. Krause bei 30facher Vergrösserung den Genauigkeitsgrad der mikroskopischen Einstellung geprüft und „durch Repetitionen ein und desselben Versuches“ gefunden hat, dass Differenzen der Einstellung von 0,2 Par. Lin. vorkommen können. (Vergl. Poggendorf's Annalen 1836. S. 543.)

Mit dem blossen Ablesen an der Skala eines beliebigen Schraubenmikrometers ist also noch nicht Alles abgethan.

Wenn es der Mühe werth wäre, mehr Worte hierüber zu verlieren, dann würde sich noch nachweisen lassen, dass jede Unsicherheit in irgend einer Decimalstelle der unmittelbar gemessenen Werthe schon eine Unsicherheit in der nächstvorhergehenden Decimalstelle der daraus berechneten Brechungsquotienten bedingt, so dass, wenn man auch wirklich die Möglichkeit einer vollkommen richtigen Messung der zweiten Decimale zugeben wollte, die berechneten Brechungsquotienten doch nur in der ersten Decimale als richtig angesehen werden könnten.

Engel hat auch die Brennweiten menschlicher Krystall-Linsen in atmosphärischer Luft mit Hülfe des Mikroskopes gemessen. Auffallend ist dabei, dass diese Brennweiten nur mit einer Decimalstelle angegeben werden, da man doch annehmen muss, dass die Vorrichtung am Mikroskope eine weit grössere Schärfe der Messung erlaubt habe; auch wird an einer anderen Stelle von gemessenen veränderten Einstellungen von 0,0008 Par. Zoll bis 0,0012 Par. Zoll gesprochen. Doch hievon ganz abgesehen, können wir nicht umhin, noch auf einen anderen höchst curiosen Umstand aufmerksam zu machen.

In den Engel'schen Tabellen ist die Columne der Brennweiten, wie eben bemerkt wurde, nur mit einer einzigen Decimale angegeben. Ob die Werthe dieser Columne berechnet oder gemessen seien, konnten wir mit Gewissheit aus keiner Stelle des Textes entnehmen; vielleicht ist aus Gründen dieser Umstand absichtlich zweifelhaft gelassen. Wir glauben indess annehmen zu dürfen, dass diese Zahlen als gemessene Werthe anzusehen seien. Berechnet man nun die Brennweite mit Hülfe genauer Formeln, welche die Dicke der Linse nicht vernachlässigen, so findet sich, dass die berechneten Werthe mit den angegebenen Brennweiten niemals übereinstimmen, ja sogar zuweilen um mehr als eine halbe Linie von denselben differiren. Berechnet man dagegen diese Brennweiten nach einer sehr bekannten und vielleicht auch Herrn Prof. Engel nicht unbekannten Formel: $\left(\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)\right)$ welche aber in sofern ungenau ist, als darin die Dicke der Linse unberücksichtigt bleibt, so ergibt sich der sehr merkwürdige Umstand, dass die angegebenen Brennweiten mit den nach dieser Formel berechneten Brennweiten oft auffallend genau übereinstimmen. Für die zweite und dritte, mitunter sogar für die vierte Stelle findet sich nämlich in den von uns nachgerechneten Beispielen gewöhnlich der Werth Null. Einige andere Werthe stimmen dagegen — wer weiss warum — viel weniger gut.

Dennoch ist es sehr einleuchtend, dass die Benutzung einer Formel, welche die Dicke der Linse vernachlässigt, für die Berechnung solcher Linsen, deren Brennweite kaum, oder nur wenig grösser ist als ihre Dicke, durchaus gar keinen Sinn habe.

Die nachfolgende kleine Tabelle soll dazu dienen, das Gesagte an einigen blindlings herausgegriffenen Beispielen zu erläutern:

Nr.	Engel's Angabe der Linsen-Brennweiten.	Brennweite berechnet nach der ungenauen Formel: $\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$	Entfernung des Brennpunktes von der Hinterfläche der Linse, berechnet nach der genaueren Formel.
XVII.	2,7	2,7003	2,1256
XIII.	3	3,0003	2,9218
XXII.	3,5	3,4991	3,1647
II.	2,3	2,3010	1,7626
III.	2,7	2,7000	2,2861
IV.	3	2,8446	2,5070
IX.	3,2	3,2001	3,1184
XIX.	3,8	3,8015	3,6394

Wir begegnen hier also wiederum einem Verfahren, bei welchem es sehr schwer wird, den Verdacht einer geflissentlichen Täuschung des Lesers zu unterdrücken.

Wir sehen uns endlich noch veranlasst, eine Stelle des Engel'schen Aufsatzes mitzutheilen, welche einen starken Beweis seiner Unkenntniss der Physik des menschlichen Auges liefert. Sie lautet wörtlich: „Ein Umstand musste mir bei allen diesen Untersuchungen auffallen; die geringe Entfernung (des Brennpunktes) von der hinteren Fläche der Linse. Diese ist in der 19. Beobachtung 3 Par. Linien (dort steht aber 3,8) die grösste Entfernung. Nun beträgt in diesem Falle die optische Axe 8,2 Lin.; die Retina findet sich daher nach Abzug der Dicke der Cornea (warum denn das?) der Choroidea und Sklerotika 7,6111 Lin. (?) hinter der vorderen (?) Fläche der Cornea. Die Grösse der vorderen Augenkammer beträgt 0,8 Lin., die Dicke der Linse 1,7 Lin., folglich entsteht das Bild in einer Entfernung von 5,5 Lin. hinter der vorderen Hornhautfläche, folglich 2,111 Lin. vor der Retina; ähnlich in den übrigen Fällen." — Es scheint wirklich so, als ob ein anderer Umstand dem scharfsinnigen Herrn Professor ganz entgangen sei, der Umstand nämlich, dass die Linse im menschlichen Auge einerseits vom Glaskörper, andererseits von der wässrigen Augenflüssigkeit begrenzt wird, und folgeweise hier eine ganz andere Brennweite (nämlich vielleicht 16 bis 24 Lin.) habe, als wenn sie an beiden Seiten von atmosphärischer Luft begrenzt wird. — Die Möglichkeit eines so groben Versehens wird aber wohl genügen, um jeden Zweifel an dem völligen Unwerth der in Rede stehenden Abhandlung vollkommen und gründlich zu beseitigen.

Es würde uns sehr leicht geworden sein, die Zahl unserer Bedenken und Einwürfe noch zu vermehren, wenn wir näher in das Detail hätten eingehen wollen. Da es uns aber nicht darauf ankommt, die Engel'sche Arbeit herabzusetzen, sondern nur darauf unser eigenes Verfahren zu rechtfertigen, wonach

wir diese Messungen als wissenschaftlich werthlos ganz ignoriren, und nur der Vollständigkeit wegen citiren, so wird, wie wir hoffen, das Gesagte zu diesem Zwecke schon hinreichend sein.

In einem Aufsatze des Dr. Ryba (in der Prager Vierteljahrsschrift 1852. Bd. II. S. 97) finden wir mit Beziehung auf die Engel'schen Messungen die Bemerkung, es sei „bei der bekannten Virtuosität des genannten Beobachters, vorauszusetzen, dass diese Messungen mit äusserster Genauigkeit vorgenommen wurden.“ Wir wollen der Virtuosität Engel's auf dem Mikroskope gewiss durchaus nicht zu nahe treten, glauben aber den Beweis ziemlich vollständig geliefert zu haben, dass bekannte Virtuosen mitunter auch schlechte Musikanten sind.

(45) Euler machte den Vorschlag zur Bestimmung der Brechungsexponenten flüssiger Medien zwei collektive Menisken zu benutzen und aus dem gemessenen Unterschiede der Brennweiten, wenn der zwischen beiden Menisken befindliche biconvexe Raum mit Luft, oder wenn er mit einer auf ihren Brechungsexponenten zu prüfenden Flüssigkeit ausgefüllt ist, den Brechungsindex dieser letzteren zu suchen. Die Berechnung ist nicht schwierig, wenn die Krümmungen und die Brechungsexponenten der Glaslinsen genau bekannt sind. Albert Euler (sein Sohn) hat eine — wiewohl nur sehr geringe — Anzahl von Messungen nach dieser Methode ausgeführt.

Brewster gebührt aber das Verdienst, dieses an sich noch ziemlich rohe Verfahren in eine wesentlich neue Methode umgewandelt und mittelst derselben eine grosse Reihe von überaus sorgfältigen Messungen gemacht zu haben.

Brewster, A Treatise on new Philosophical instruments p. 242. Edinburgh 1813.

Eine genauere Prüfung und Besprechung der Brewster'schen Methode soll in der nächsten Lieferung des Archiv's für Ophthalmologie mitgetheilt werden.

(46) Frauenhofer sagt: L'endroit le plus clair se trouve à peu près à un tiers ou à un quart de D. à E. On ne peut le déterminer plus exactement, ce qui n'est pas non plus ici d'une nécessité absolue. Astronom. Abhandlungen von Schumacher 1823—25. S. 37.

(47) Helmholtz bedient sich für die Berechnung des allgemeinen Falles eines zusammengesetzten spiegelnden und brechenden Systems der Formel:

$$q = \frac{f_1 \, f_2 \, r}{2\,(f_2 - d)\,(f_2 - d + r)},$$

in welcher

q die Brennweite des zusammengesetzten spiegelnden Systems,

r den Krümmungshalbmesser der spiegelnden Fläche; und

f_1 die erste,

f_2 die zweite Brennweite, und

d die Distanz des zweiten Hauptpunktes des vor der spiegelnden Fläche gelegenen brechenden Systems von dieser spiegelnden Fläche bedeutet.

Diese Formel lässt sich sehr leicht auf die von uns bisher gebrauchte Bezeichnungsweise zurückführen, oder daraus ableiten.

Nennen wir n den Brechungsexponenten des unmittelbar vor der spiegelnden Fläche liegenden Mittels und r den Krümmungshalbmesser derselben; dann würde sich der inverse Werth der Brennweite ($^1/q$ nach Helmholtz) des zusammengesetzten spiegelnden Systems für den ganz allgemeinen Fall einer beliebigen Anzahl verschieden brechender und verschieden gekrümmter vor der spiegelnden Fläche befindlicher Mittel nach unserer bisherigen Bezeichnungsweise folgendermaassen ausdrücken:

$$(u^0, t', u't'' \ldots\ldots u^*, t^*, \frac{2n}{R}, t^*, u^*, \ldots\ldots t'', u', t', u^0) = -\,^1/q.$$

Es ist aber nach Abschn. I. 6.

$$(u^0, t', u', t'' \ldots\ldots u^* t^*) = (t^* u^* \ldots\ldots t'', u', t', u^0).$$

Setzen wir daher um abzukürzen, diesen Ausdruck:

$$= (U, T)$$

so zwar, dass:

$$U = (u^0, t', u't'' \ldots\ldots u^*)$$

sei, dann erhalten wir:

$$\left(U, T, \frac{2n}{R}, T, U\right) = -\,^1/q.$$

Vergleichen wir die einzelnen, hierin enthaltenen Werthe mit der Bezeichnungsweise von Helmholtz, dann wird man finden:

$$f_1 = -\frac{1}{U}$$

$$f_2 = -\frac{n}{U}$$

$$d = nT$$

$$r = -R$$

Substituirt man diese Werthe und entwickelt den in Klammern stehenden Ausdruck nach den Gesetzen der Euler'schen Kettenfunktionen; (siehe Note 3), dann wird man finden:

$$\frac{2(f_2 - d)(f_2 - d + r)}{f_1\ f_2\ r} = {}^1/q$$

und

$$\frac{f_1\ f_2\ r}{2(f_2 - d)(f_2 - d + r)} = q.$$

Aus dieser Formel lässt sich der im Text angegebene Ausdruck für den Krümmungshalbmesser (r) der vorderen Linsenfläche leicht ableiten, wenn die katoptrische Brennweite (q) derselben bekannt ist.

Schnellpressendruck von C. H. Kunstmann in Erlangen.

Dr. B. Joy Jeffries.

1.05

ANLEITUNG ZUM STUDIUM

DER

DIOPTRIK

PHYSIOI ... SSINNES



VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1856.

Im Verlage von **Ferdinand Enke** in **Erlangen** sind soeben erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Chiari, J., Braun C. und Spaeth, J., Klinik der Geburtshülfe und Gynäkologie. gr. 8. geh. 3 Thlr. 22 Sgr. oder 6 fl. 30 kr.

Müller, Dr. Friedrich Konrad, (v. d. W.) Medicinisch-klinisches Taschenbuch der rationellen Heilkunde, mit Anführung der Rademacher'schen Erfahrungsheillehre, nebst einem Anhange, enthaltend die Grundzüge der Percussion und Auscultation und einen Auszug aus der Hydropathie und Pharmacodynamik, einschliesslich der Analyse der Mineralwässer, für Studirende und Aerzte. 12. geh. 2 Thlr. 16 Sgr. oder 4 fl. 24 kr.

Schürmayer, Dr. J. H., Theoretisch-praktisches Lehrbuch der gerichtlichen Medicin. Mit Berücksichtigung der neueren Gesetzgebungen des In- und Auslandes und des Verfahrens bei Schwurgerichten. Für Aerzte und Juristen bearbeitet. Mit einem Anhange, enthaltend eine kurzgefasste praktische Anleitung zu gerichtlichen Leichenobductionen. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. gr. 8. geh. 2 Thlr. 16 Sgr. od. 4 fl. 24 kr.

Seitz, Dr. Eugen, Handbuch der gesammten Augenheilkunde oder vollständige Abhandlung der Augenkrankheiten und ihrer medicinischen und operativen Behandlung für Aerzte und Studirende. Zweite, gänzlich neu gestaltete Auflage zu der deutschen Bearbeitung des gleichnamigen Werkes von Desmarres. Erste Lieferung: Die Krankheiten der Bindehaut, halbmondförmiger Falte und Hornhaut. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten. gr. 8. geh. 1 Thlr. 10 Sgr. oder 2 fl. 15 kr.

Stellwag von Carion, Dr. Carl, Die Ophthalmologie vom naturwissenschaftlichen Standpunkte aus bearbeitet. 8. geh. I. Band 3 Thlr. 8 Sgr. oder 5 fl. 36 kr. II. Band 1. Abth. 2 Thlr. od. 3 fl. 30 kr. II. Band 2 Abth. 24 Sgr. oder 1 fl. 24 kr.
(Die 3. Abtheilung des II. Bandes, Schluss des Werkes, wird binnen Kurzem erscheinen.)

Virchow, Prof. Rud., Handbuch der speciellen Pathologie u. Therapie. Bearbeitet von Prof. Bamberger, Dr. Falck, Prof. Griesinger, Prof. Hasse, Prof. Hebra, Prof. Lebert, Prof. Pitha, Dr. Simon, Dr. Spielmann, Dr. Stiebel, Prof. Veit, Prof. R. Virchow, Prof. J. Vogel und Prof. Wintrich. Complet in 6 Bänden. I. Band 3 Thlr. oder 5 fl. 24 kr. II. Band I. Abth. 3 Thlr. 14 Sgr. oder 6 fl. IV. Band I. Abth. 1 Hälfte 1 Thlr. 26 Sgr. od. 3 fl. 20 kr. V. Band. I. Abth. 1. Hälfte 1 Thlr. 6 Sgr. od. 2 fl. 9 kr. V. Band. II. Abth. 1. Hälfte 26 Sgr. oder 1 fl. 28 kr. VI. Band. I. Abthl. 3 Thlr. 28 Sgr. od. 6 fl. 48 kr. VI. Band II. Abthl. 1. Heft 1 Thlr. 6 Sgr. oder 2 fl. VI. Band II. Abthl. 2. Heft 1 Thlr. 2 Sgr. oder 1 fl. 52 kr.
(Die noch fehlenden Bände und Abtheilungen erscheinen im Laufe dieses Jahres.)

Werber, Dr., W. J. A., Specielle Heilmittellehre. Chemisch, physiologisch und klinisch bearbeitet für Aerzte, Wundärzte und Studirende. II. Bd. Pharmacologie und Toxicologie. 1 Abth. Die unorganischen Arzneikörper. gr. 8. geh. 2 Thlr. 12 Sgr. od. 4 fl. 12 kr. II. Abthl. Die organischen Körper. 2 Thlr. 12 Sgr. oder 4 fl. 16 kr.

